# Deriveringsregler

Matematik 3

vidma
videogenomgångar i matematik

Detta formelblad kan du nå digitalt
på vidma.se/derivera

## Polynomfunktioner

Från Skolverkets formelblad:

| Funktion | Derivata | Beskrivning | Exempel |
| --- | --- | --- | --- |
| $x^n$<br>$n = \text{reellt tal}$ | $nx^{n-1}$ | Flytta ned exponenten och minska exponenten med 1. | Ex. $f(x) = x^3$ Minska med 1. $\Rightarrow f'(x) = 3x^2$ |
| $k \cdot f(x)$<br>$k = \text{reellt tal}$ | $k \cdot f'(x)$ | Om det står en koefficient framför det som ska deriveras, så **behålls koefficienten**. Detta gäller även om uttrycket har ett värde i nämnaren. | Ex. $f(x) = 5x^3$ Minska med 1. $\Rightarrow f'(x) = 5 \cdot 3x^2 = 15x^2$ |

Regler som följer av dessa (finns ej på Skolverkets formelblad):

| Funktion | Derivata | Beskrivning | Exempel |
| --- | --- | --- | --- |
| $kx$<br>$k = \text{reellt tal}$ | $k$ | När $x$-termer deriveras försvinner $x$. | Ex. $f(x) = 5x \Rightarrow f'(x) = 5$<br>Eftersom: $f(x) = 5x^1$ Minska med 1. $\Rightarrow f'(x) = 1 \cdot 5 \cdot x^0$ $x^0 = 1$ |
| $x$ | $1$ | Derivatan av $x$ är 1. | Ex. $f(x) = x \Rightarrow f'(x) = 1$<br>Se föregående regel. Tänk på att $x$ kan skrivas som $1x$. |
| $C$<br>$C = \text{konstant}$ | $0$ | Derivatan av konstanter är 0. Konstanttermer försvinner alltså när du deriverar. | Ex. $f(x) = 3 \Rightarrow f'(x) = 0$<br>Eftersom: $\boxed{x^0 = 1}$ $f(x) = 3 = 3 \cdot x^0$ Minska med 1. $\Rightarrow f'(x) = 3 \cdot 0 \cdot x^{-1} = 0$ OBS! Multiplikation med 1. |

## Funktioner med flera termer

Från Skolverkets formelblad:

| Funktion | Derivata | Beskrivning | Exempel |
| --- | --- | --- | --- |
| $f(x) + g(x)$ | $f'(x) + g'(x)$ | Om funktionen du ska derivera innehåller flera termer, så deriverar du **varje term för sig**. | Ex. $f(x) = x^3 + 2x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2$ |

## Funktioner där x finns i nämnaren

1. **Skriv om uttrycket till potens.**
   Utnyttja regeln $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ baklänges så att $x$ blir basen i en potens. Då flyttas potensen med $x$ bort från nämnaren.

2. **Derivera.**
   Flytta ned exponenten och minska exponenten med 1.

3. **Få bort negativa exponenten.**
   Utnyttja regeln $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ igen. Då flyttas potensen med $x$ åter till nämnaren.

**Exempel**

Ex. $f(x) = \frac{1}{2x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \cdot x^{-1}$ Potens!

forts. $f(x) = \frac{1}{2} \cdot x^{-1}$ Minska med 1.

Derivera! $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot (-1) \cdot x^{-2} = \frac{1}{2} \cdot (-1) \cdot \frac{1}{x^2} = -\frac{1}{2x^2}$

## Funktioner där x finns i ett rotuttryck

1. **Skriv om uttrycket till potens.**
   Utnyttja regeln $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ baklänges så att $x$ blir basen i en potens.

2. **Derivera.**
   Flytta ned exponenten och minska exponenten med 1.

3. **Om du fått negativ exponent så ska potensen skrivas om.**
   Utnyttja regeln $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$. Då flyttas potensen med $x$ till nämnaren.

4. **Skriv om potensen till rot igen.**
   Utnyttja regeln $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$.

**Exempel**

Ex. $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ Minska med 1. Derivera!

$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^{\left(\frac{1}{2}-1\right)}$ Bråkräkning

$= \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}}$ Flytta potensen till nämnaren. Byt exponentens tecken.

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}}$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

## Exponentialfunktioner

Från Skolverkets formelblad:

| Funktion | Derivata | Beskrivning | Exempel |
| --- | --- | --- | --- |
| $a^x$<br>$a > 0$ | $a^x \ln a$ | När du deriverar en potens med $x$ som exponent, så multiplicerar du med $\ln a$ (där $a$ är basen). | Ex. $f(x) = 4^x \Rightarrow f'(x) = 4^x \cdot \ln 4$ |
| $e^x$ | $e^x$ | Derivatan av $e^x$ är $e^x$.<br>$e \approx 2{,}718$ | Ex. $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x \approx 2{,}718^x$ |
| $e^{kx}$<br>$k = \text{reellt tal}$ | $k \cdot e^{kx}$ | Flytta ned exponentens **koefficient**. | Ex. $f(x) = e^{2x} \Rightarrow f'(x) = 2e^{2x}$ Enbart koefficienten! |

Regel som följer av dessa (finns ej på Skolverkets formelblad):

| Funktion | Derivata | Beskrivning | Exempel |
| --- | --- | --- | --- |
| $a^{kx}$<br>$a > 0$<br>$k = \text{reellt tal}$ | $k \cdot a^{kx} \ln a$ | Multiplicera både med $\ln a$ (där $a$ är basen) och med exponentens koefficient. | Ex. $f(x) = 4^{2x} \Rightarrow f'(x) = 2 \cdot 4^{2x} \cdot \ln 4$ |