

<b>Delprov B</b>	Uppgift 1-11. Endast svar krävs.
<b>Delprov C</b>	Uppgift 12-16. Fullständiga lösningar krävs.
<b>Provtid</b>	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
<b>Hjälpmedel</b>	Formelblad och linjal.

**Kravgränser** Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 66 poäng varav 24 E-, 23 C- och 19 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 17 poäng

D: 27 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå

C: 35 poäng varav 14 poäng på minst C-nivå

B: 45 poäng varav 6 poäng på A-nivå

A: 53 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

**Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.**

Namn: \_\_\_\_\_

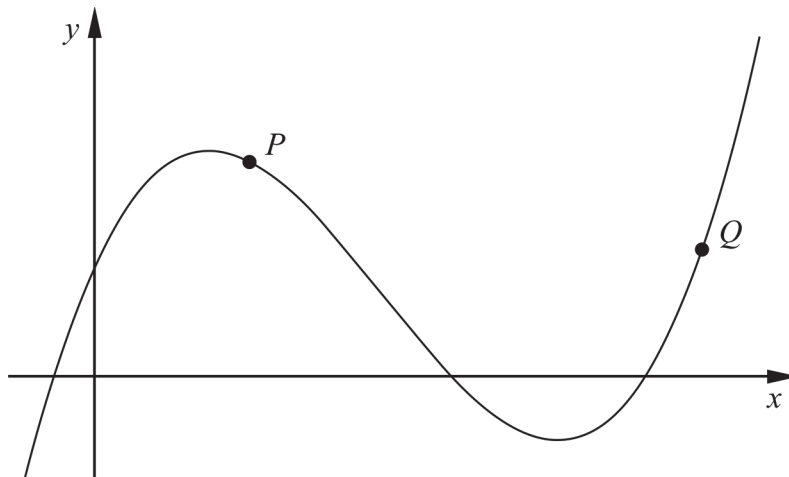
Födelsedatum: \_\_\_\_\_

Gymnasieprogram/Komvux: \_\_\_\_\_

**Delprov B:** Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs.* Skriv dina svar direkt i provhäftet.

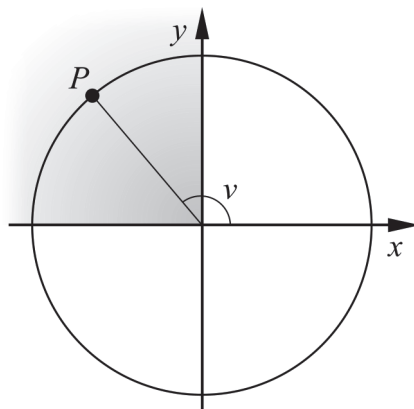
1. För funktionen  $f$  gäller att  $f(x) = 3x^4 - 12x$   
Bestäm  $f'(x)$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

2. I figuren visas grafen till en tredjegradsfunktion.



Rita i figuren

- a) en tangent till kurvan i punkten  $P$ . (1/0/0)
- b) en sekant som går genom punkten  $Q$ . (1/0/0)
3. Punkten  $P$  ligger i andra kvadranten på enhetscirkeln, se figur.



Hur stor är vinkeln  $v$  om  $P$  har  $y$ -koordinaten  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ? \_\_\_\_\_ (1/0/0)

4. Förenkla uttrycken så långt som möjligt.

a)  $\frac{(x+3)^{10}}{(x+3)^5}$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $\frac{a}{\frac{1}{2a} + \frac{1}{2a}}$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

5. Det radioaktiva ämnet polonium-210 sönderfaller till bly-206. Vid sönderfallet bildas även helium-4. I ett visst preparat kan massan som finns kvar av polonium-210 beskrivas med sambandet  $m(t) = 2000e^{-0,005t}$  där  $m$  är massan av polonium-210 i  $\mu\text{g}$  och  $t$  är tiden i dygn räknat från mätningens början.

Vilket av alternativen A-H nedan anger förändringshastigheten för massan polonium-210 vid tiden 1000 dygn?

A.  $-2000e^{-5} \mu\text{g}$

B.  $-2000e^{-5} \mu\text{g/dygn}$

C.  $2000e^{-5} \mu\text{g}$

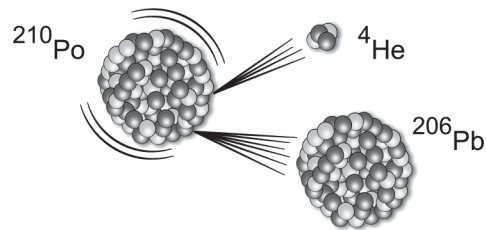
D.  $2000e^{-5} \mu\text{g/dygn}$

E.  $-10e^{-5} \mu\text{g}$

F.  $-10e^{-5} \mu\text{g/dygn}$

G.  $10e^{-5} \mu\text{g}$

H.  $10e^{-5} \mu\text{g/dygn}$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)



6. Lös ekvationen  $|x+2|=5$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

7. För en funktion  $f$  gäller att  $y = f(x)$ . Grafen till funktionen har en tangent i den punkt där  $x = 5$ . Tangentens ekvation är  $3x + 2y - 10 = 0$

a) Bestäm  $f'(5)$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

b) Bestäm  $f(5)$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

8. Mobiltelefonabonnemanget RingUpp har en fast månadsavgift på 49 kr och en öppningsavgift på 69 öre per samtal. Inga andra avgifter tillkommer.

Antag att du ringer  $x$  samtal under en viss månad.

Den totala kostnaden i kr under denna månad är då  $0,69x + 49$

- a) Skriv ett uttryck för kostnaden per samtal under månaden.

\_\_\_\_\_ (0/1/0)

- b) Kostnaden per samtal under en månad närmar sig en undre gräns då antalet samtal ökar. Ange denna gräns. Svara i kronor.

\_\_\_\_\_ (0/0/1)

9. Grafen till funktionen  $f$  är en rät linje. Funktionen  $f$  har nollstället  $x = 3$

Det finns flera värden på konstanterna  $a$  och  $b$  så att  $\int_a^b f(x) dx = 0$  där  $a < b$

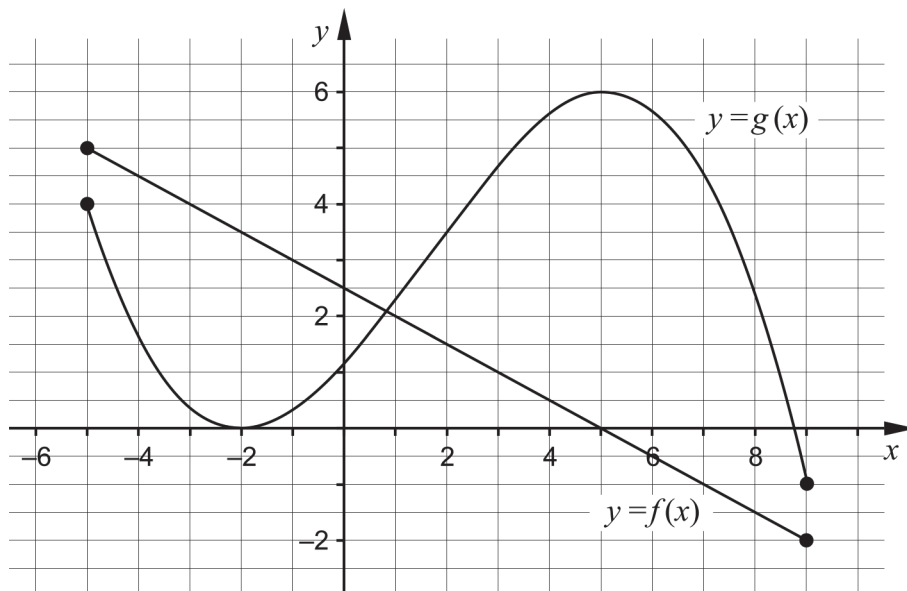
Ge ett exempel på möjliga värden på  $a$  och  $b$  som uppfyller villkoren ovan.

$a =$  \_\_\_\_\_  $b =$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

10. Bestäm värdet på konstanten  $a$  så att  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{2 + \frac{4}{x}} = 5$

\_\_\_\_\_ (0/1/0)

11. Figuren visar graferna till funktionerna  $f$  och  $g$  som är definierade i intervallet  $-5 \leq x \leq 9$   
 Funktionen  $h$  bildas som summan av  $f$  och  $g$ , det vill säga  
 $h(x) = f(x) + g(x)$ .

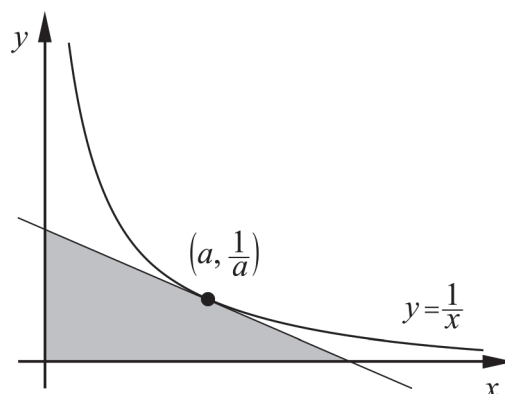


Använd graferna för att lösa följande uppgifter.

- a) Bestäm  $h(2)$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)
- b) Bestäm största värdet för funktionen  $h$  i intervallet  $-5 \leq x \leq 9$  \_\_\_\_\_ (0/0/1)
- c) Bestäm  $h'(5)$  \_\_\_\_\_ (0/0/1)

**Delprov C:** Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

12. En sten släpps från hög höjd. Stenens hastighet kan beskrivas med sambandet  $v(t) = 10t$  där  $v$  är stenens hastighet i m/s och  $t$  är tiden i s efter att stenen släpps.
- a) Beräkna  $\int_1^2 10t \, dt$  algebraiskt. (2/0/0)
- b) Beskriv med ord vad integralens värde betyder i detta sammanhang. (1/1/0)
13. För funktionen  $f$  gäller att  $f(x) = x^3 - 12x$   
Bestäm med hjälp av derivata koordinaterna för eventuella maximi-, minimi- och terrasspunkter för funktionens graf.  
  
Bestäm också karaktär för respektive punkt, det vill säga om det är en maximi-, en minimi- eller en terrasspunkt. (3/1/0)
14. Lös ekvationen  $\frac{1}{x(1-x)} = 1 + \frac{1}{1-x}$  (0/3/0)
15. Bestäm en andragsgradsfunktion  $f$  som uppfyller villkoret att  $f'(3) = 2$  (0/2/0)
16. Bevisa att den triangel som innesluts av de positiva koordinataxlarna och en tangent till kurvan  $y = \frac{1}{x}$  har arean 2 areaenheter oavsett var tangenten tangerar kurvan. Utgå från att tangeringspunkten har koordinaterna  $\left(a, \frac{1}{a}\right)$  (0/1/3)



<b>Delprov D</b>	Uppgift 17-26. Fullständiga lösningar krävs.
<b>Provtid</b>	120 minuter.
<b>Hjälpmedel</b>	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

**Kravgränser** Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 66 poäng varav 24 E-, 23 C- och 19 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 17 poäng

D: 27 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå

C: 35 poäng varav 14 poäng på minst C-nivå

B: 45 poäng varav 6 poäng på A-nivå

A: 53 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

**Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.**

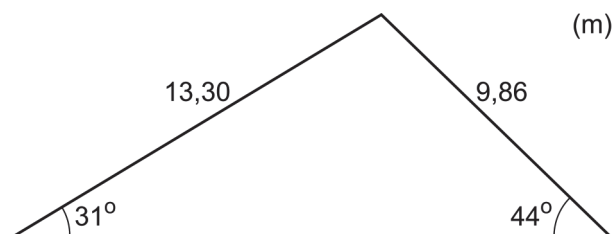
Namn: \_\_\_\_\_

Födelsedatum: \_\_\_\_\_

Gymnasieprogram/Komvux: \_\_\_\_\_

**Delprov D:** Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

17. Beräkna längden av triangelns tredje sida.



(2/0/0)

18. Kalle säger:

- Det finns bara en primitiv funktion till  $f(x) = e^x$

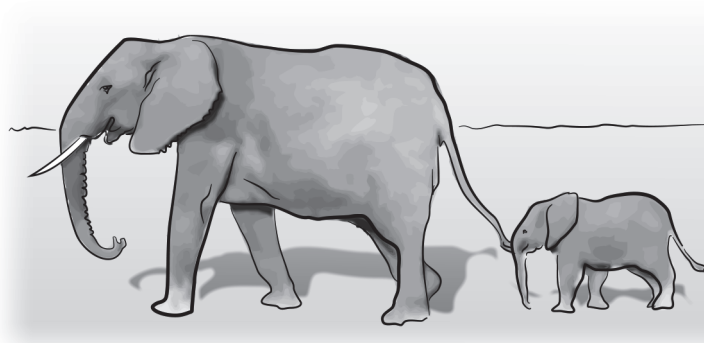
Har Kalle rätt? Motivera.

(1/0/0)

19. För funktionerna  $f$  och  $g$  gäller att  $f(x) = 15x^2$  och  $g(x) = x^3 - 33x$   
Bestäm de värden på  $x$  där funktionernas grafer har samma lutning.

(2/0/0)

20. Ett elefantfosters vikt ges av sambandet  $V(t) = 0,310 \cdot e^{0,271 \cdot t}$  där  $t \geq 1$   
 $V$  är elefantfostrets vikt i kg och  $t$  är tiden i månader efter befruktningen.  
När elefantungen föds väger den 120 kg.

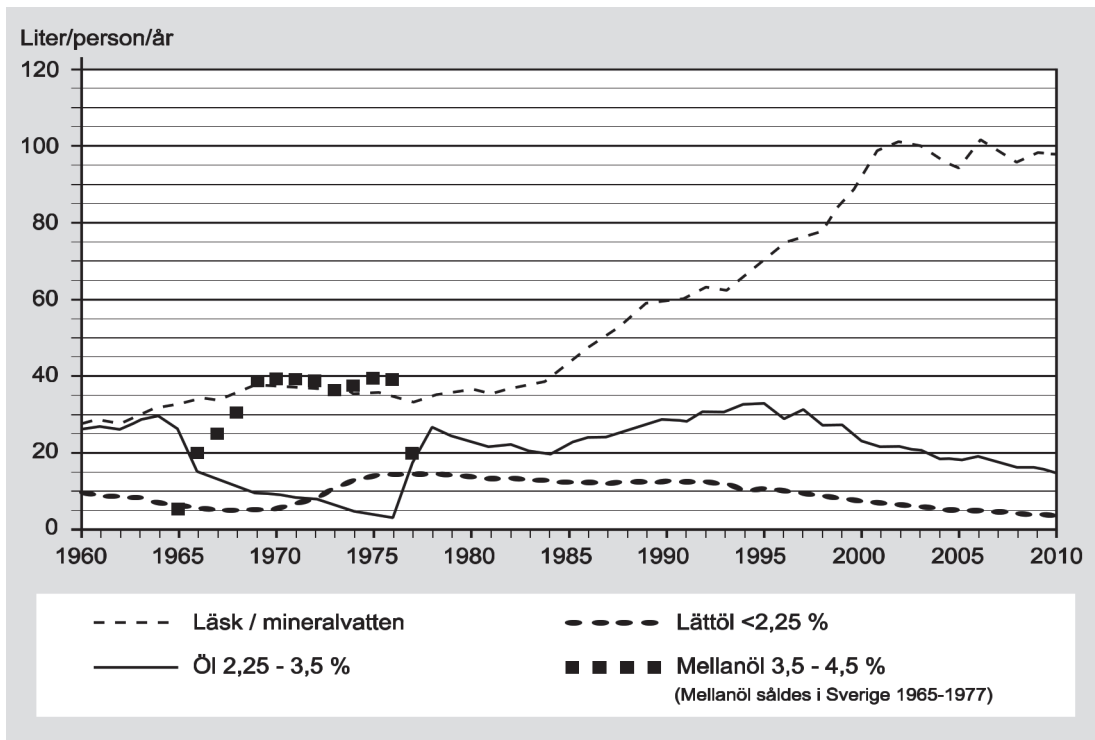


Hur lång tid efter befruktningen föds elefantungen?

(2/0/0)



21. I diagrammet nedan visas hur konsumtionen av läsk/mineralvatten samt öl har förändrats i Sverige sedan år 1960.

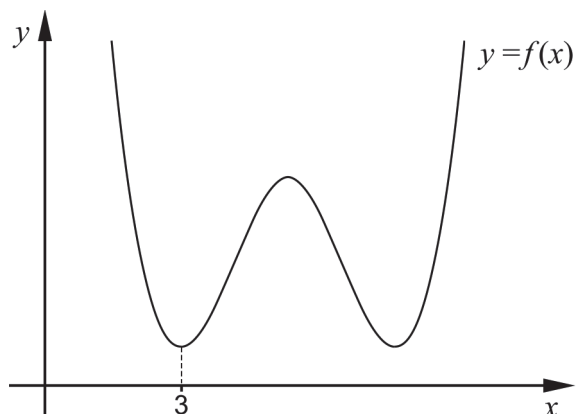


- a) Bestäm den genomsnittliga förändringshastigheten i (liter/person/år)/år för konsumtionen av läsk/mineralvatten under tidsperioden 1960-2010. (2/0/0)

Den genomsnittliga förändringshastigheten för konsumtionen av mellanöl under tidsperioden 1966-1977 är 0 (liter/person/år)/år.

- b) Förklara varför den genomsnittliga förändringshastigheten inte är ett lämpligt mått för att beskriva hur konsumtionen av mellanöl förändrats under tidsperioden 1966-1977. (0/0/1)

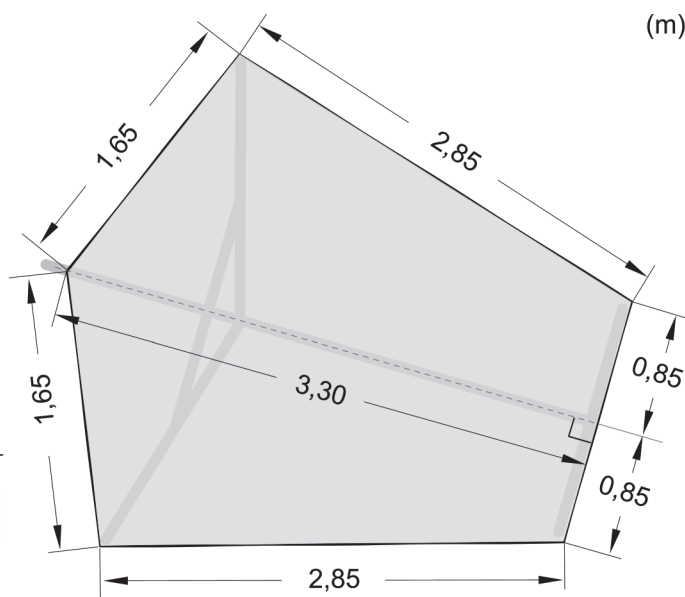
22. Figuren visar grafen till fjärdegradsfunktionen  $f$ . En av minimipunkterna har  $x$ -koordinaten 3



Förklara med hjälp av grafens utseende varför summan  $f(3) + f'(3) + f''(3)$  är större än noll.

(1/1/0)

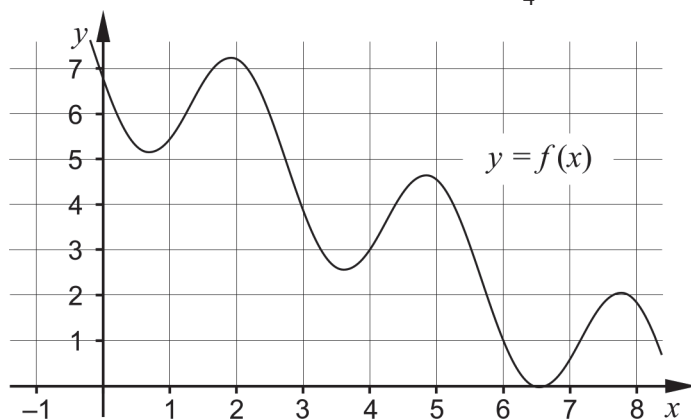
23. Olle brukar ägna sig åt skridskosegling på Kågefjärden utanför Skellefteå. Hans segel har mått enligt figuren.



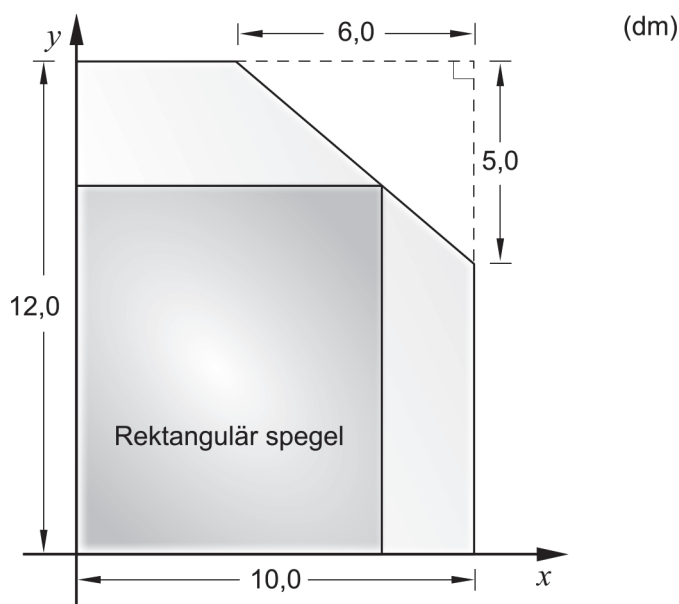
Beräkna seglets area.

(0/4/0)

24. Figuren visar grafen till funktionen  $f$ . Beräkna  $\int_4^6 f'(x)dx$  (0/0/2)



25. En glasmästare har av misstag skurit av ett hörn på ett rektangulärt spegelglas som hade måtten  $12,0 \text{ dm} \times 10,0 \text{ dm}$ . Den avskurna biten har formen av en rätvinklig triangel där de vinkelräta sidorna är  $6,0 \text{ dm}$  respektive  $5,0 \text{ dm}$ . Se figur.



Glasmästaren vill använda det kvarvarande spegelglaset till en rektangulär spegel som har sitt ena hörn på den avskurna kanten. Glasmästaren vill också att spegeln ska få så stor area som möjligt.

Beräkna det mått på bredden som ger spegelns största area. (0/0/4)

26. En cirkel tangerar de positiva koordinataxlarna. Punkten  $(5, 7)$  ligger på cirkelns rand.

Bestäm cirkelns radie exakt. (0/0/3)