# Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 59 poäng varav 21 E-, 20 C- och 18 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 23 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 30 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 39 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 46 poäng varav 10 poäng på A-nivå

## Bedömningsanvisningar

*Exempel* på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

**Delprov B**

**1.** **Max 2/0/0**

a) Godtagbart svar ( $x_1 = -1$ och $x_2 = 3$ ) +1 $E_B$

*Kommentar:* Svar som innehåller både *x*- och *y*-koordinater, t.ex. $(-1, 0)$ och $(3, 0)$, ges noll poäng.

b) Godtagbart svar ( $x = 1$ ) +1 $E_B$

**2.** **Max 1/0/0**

Korrekt svar ( $y = 10x + 200$ ) +1 $E_M$

**3.** **Max 3/0/0**

a) Godtagbart svar ( $y = 2x + 1$ ) +1 $E_P$

b) Godtagbart svar ( $x = 3$ och $y = 7$ ) +1 $E_B$

c) Godtagbart svar (t.ex. $y = 3x - 2$ ) +1 $E_{PL}$

**4.** **Max 1/0/0**

Korrekt svar (3) +1 $E_B$

**5.** **Max 1/1/0**

a) Korrekt svar ( $x = 16$ ) +1 $E_P$

b) Korrekt svar ( $x_1 = 0$ och $x_2 = 0{,}5$ ) +1 $C_P$

**6.** **Max 0/1/0**

Korrekt svar (Alternativ C: $\lg 500 - \lg 5$ och E: $(\lg 10\,000)^{0{,}5}$ ) +1 $C_B$

**7.** **Max 0/1/0**

Korrekt svar ( 0 ) +1 $C_B$

**8.** **Max 0/2/0**

a) Godtagbart svar ( 0,63 ) +1 $C_B$

*Kommentar:* Ett svar i intervallet $0{,}6 \le a \le 0{,}7$ anses godtagbart.

b) Godtagbart svar ( $y = 3^x$ ) +1 $C_P$

*Kommentar:* Även svaret $3^x$ anses godtagbart.

**9.** **Max 1/0/2**

a) Korrekt svar ( $x^2 + 25$ ) +1 $E_P$

b) Korrekt svar ( $x^2$ ) +1 $A_P$

c) Korrekt svar (t.ex. $3^{-n}$ ) +1 $A_P$

**Delprov C**

**10.** **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. beräknar linjens lutning korrekt, $k = 0{,}5$ +1 $E_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $y = 0{,}5x + 9$ ) +1 $E_P$

**11.** **Max 2/2/0**

a) Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 $E_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x_1 = -6$ , $x_2 = 2$ ) +1 $E_P$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

b) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt omskrivning till $x^2 - 10x + 24 = 0$ +1 $C_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x_1 = 4,\ x_2 = 6$ ) +1 $C_P$

**12.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, påbörjar ett godtagbart välgrundat resonemang genom att teckna ett korrekt algebraiskt uttryck t.ex. $x^2 - (x-1)(x+1)$ +1 $C_R$

med fortsatt godtagbart välgrundat resonemang som leder till korrekt slutsats +1 $C_R$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**13.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer värdet på $a$, $a = 500\,000$ +1 $C_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( 9 ) +1 $C_{PL}$

**14.** **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer exakt värde för höjden mot sidan $AB$ eller bestämmer exakt värde för någon av sidorna $AC$ eller $BC$ +1 $A_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $5\sqrt{21}$ a.e.) +1 $A_{PL}$

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 $A_K$

*Kommentar:* Andra problemlösningspoängen delas ut även om enhet saknas.

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**15.** **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. identifierar funktionen, $f(x) = 0{,}5x^2 + 4$ +1 $A_{PL}$

med godtagbar motivering till funktionsuttrycket och med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x_1 = -\sqrt{8}\,\mathrm{i}$, $x_2 = \sqrt{8}\,\mathrm{i}$ ) +1 $A_{PL}$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**16.** **Max 0/0/2**

Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som leder till slutsatsen att avståndet mellan mittpunkten på sträckan $AB$ och origo är $\sqrt{5}$ l.e. +1 $A_R$

Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som leder till att sträckan $AB$ är cirkelns diameter +1 $A_R$

*Kommentar:* Bedömningen till denna uppgift avviker från de beskrivna bedömningsmodellerna på sidan 3. Här kan den andra resonemangspoängen delas ut oavsett om den första resonemangspoängen har delats ut eller inte.

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**Delprov D**

**17.** **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer korrekt minst en av variablerna $x$ eller $y$ +1 $E_M$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (30 lägenheter med 2 rum och 10 lägenheter med 3 rum) +1 $E_M$

**18.** **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer korrekt procentsats för andel spelare som är längre än 182 cm, 84,1 % +1 $E_B$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (94 spelare) +1 $E_{PL}$

**19.** **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang som leder till slutsatsen att $Q$ är en minimipunkt +1 $E_R$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**20.** **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang som leder till att $x$ är $20°$ +1 $E_R$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**21.** **Max 2/1/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $x(x+10)=80$ +1 $E_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (5,2 cm och 15,2 cm) +1 $E_{PL}$

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 $C_K$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**22.** **Max 0/2/0**

a) Godtagbar lösning med godtagbart svar (7,37 minuter) +1 $C_P$

b) Godtagbar förklaring (t.ex. ”Ingen av modellerna tar hänsyn till rummets temperatur.”) +1 $C_M$

**23.** **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ritar en godtagbart anpassad linje och bestämmer dess lutning till ett värde i intervallet $5{,}0 \le k \le 7{,}0$ +1 $C_M$

med godtagbar bestämning av sambandet utifrån den godtagbart anpassade linjen, t.ex. $y = 5{,}94x + 160$ +1 $C_M$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån sambandet (t.ex. 202 cm) +1 $C_M$

*Kommentar*: Elevlösning som utgår ifrån en bestämning av sambandet med hjälp av regression på räknare/dator ska bedömas på motsvarande sätt.

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**24.** **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett godtagbart samband utifrån likformighet, t.ex. $\frac{0{,}47}{9{,}42} = \frac{x}{x+121{,}20}$ +1 $C_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (6,4 m) +1 $C_{PL}$

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 $C_K$

*Kommentar*: För att lösningen ska anses godtagbar och den andra problemlösningspoängen ska erhållas ska antingen diametern alternativt radien användas i likformighetssambandet *eller* så ska en godtagbar motivering ges till varför omkretsen kan användas, t.ex. genom hänvisning till längdskala.

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**25.** **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer ett godtagbart värde på $k$, $1{,}745 \cdot 10^{-4}$ +1 $A_M$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (3500 år) +1 $A_M$

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 $A_K$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**26.** **Max 0/0/2**

a) Korrekt svar
(Alternativ A: Sammanlagt väger ungefär 4,6 % av flickorna antingen över 4200 gram eller under 2600 gram.
och
D: Antalet flickor som väger mer än 3600 gram är ungefär lika stort som antalet flickor som väger mindre än 3200 gram.) +1 $A_B$

*Kommentar:* Om svaret innehåller fler än två alternativ ges noll poäng på uppgiften.

b) Korrekt valt alternativ B, C eller E med godtagbar förklaring +1 $A_B$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

**27.** **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer minimipunktens och båda nollställenas koordinater i ett definierat koordinatsystem +1 $A_M$

med godtagbar fortsättning, beräknar korrekt $x$-koordinat för kurvornas tangeringspunkt utifrån det definierade koordinatsystemet, t.ex. $x = 128{,}0$ +1 $A_M$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (4,7 meter) +1 $A_M$

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 $A_K$

***Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***

# Bedömda elevlösningar

## Uppgift 11a

**Elevlösning 1 (0 poäng)**

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$x = 2 \pm \sqrt{2^2 + 12}$$

$$x = 2 \pm 4$$

$$\underline{x_1 = -2} \qquad \underline{x_2 = 6}$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragrads-ekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

## Uppgift 12

**Elevlösning 1 (2 $C_R$)**

$$(n \cdot n) - ((n-1)(n+1)) = n^2 - (n^2 - 1) = 1$$

*Kommentar:* Elevlösningen visar ett korrekt tecknat uttryck med korrekt förenkling. *n* är inte definierad och tydlig slutsats saknas. Trots dessa brister ges lösningen nätt och jämnt två resonemangspoäng på C-nivå.

**Elevlösning 2 (2 $C_R$)**

Vi sätter 123456789 som x

då får vi: $x \cdot x - (x-1)(x+1) \neq 0$

$x^2 \neq x^2 - 1$

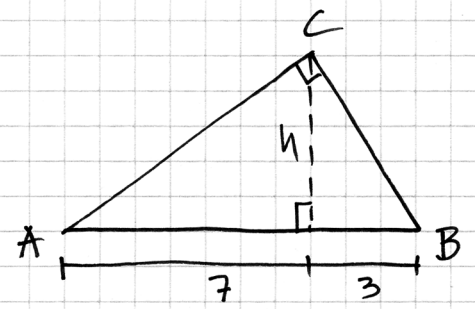
$(x-1)(x+1)$ blir därför alltid

1 mindre än $x^2$

*Kommentar:* Elevlösningen visar ett korrekt tecknat uttryck. Uttrycket påstås vara skiljt från noll redan före $x^2 \neq x^2 - 1$ utan att detta motiveras. Trots att motiveringen är bristfällig bedöms lösningen nätt och jämnt uppfylla kravet för den andra resonemangspoängen på C-nivå.

**Uppgift 14**

**Elevlösning 1 (2 $A_{PL}$ och 1 $A_K$)**




Triangelns Area =

$\frac{B \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot \sqrt{21}}{2} =$

$5 \cdot \sqrt{21}$

om enhet är cm
blir det :

Svar: Triangelns Area $= 5 \cdot \sqrt{21}\ cm^2$

Pythagoras sats ger följande :

$$\begin{cases} ① \ 3^2 + h^2 = BC^2 \\ ② \ 7^2 + h^2 = AC^2 \\ ③ \ AC^2 + BC^2 = 10^2 \end{cases}$$

vi sätter in värdena från ① o ② i ③ vilket ger :

$3^2 + h^2 + 7^2 + h^2 = 10^2 \Rightarrow$

$58 + 2h^2 = 100 \Rightarrow$

$42 = 2h^2 \Rightarrow$

$h^2 = 21 \Rightarrow h = \sqrt{21}$

*Kommentar:* Elevlösningen visar en korrekt beräknad triangelarea. Gällande kommunikation innehåller lösningen några brister. Beteckningen *B* för triangelns bas är olämplig eftersom *B* betecknar ett av triangelns hörn i den givna figuren. Svaret anges i enheten $cm^2$ grundat på ”om enhet är cm blir det…”. På sista raden borde det stå $h = \pm\sqrt{21}$ med uteslutning av den negativa lösningen. Lösningen är tillräckligt välstrukturerad och trots bristerna ovan anses den nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

**Uppgift 15**

**Elevlösning 1 (1 $A_{PL}$)**

Grafens funktion är:

$y = 0{,}5x^2 + 4$ $\quad f(x) = y = 0$ ger

$0 = 0{,}5x^2 + 4 = x^2 + 8$ $\quad$ pq-formeln ger

$x = -\frac{0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0}{2}\right)^2 - 8} = 0 \pm \sqrt{-8}$

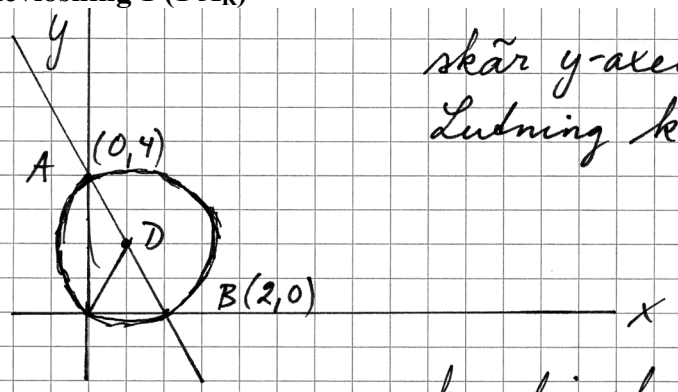
$x_1 = 8i$ $\quad x_2 = -8i$

Svar: $x_1 = 8i$ $\quad x_2 = -8i$

*Kommentar:* Elevlösningen visar en korrekt identifierad funktion men ett felaktigt svar. Lösningen ges första problemlösningspoängen på A-nivå.

**Uppgift 16**

**Elevlösning 1 (1 $A_R$)**




skär y-axeln (0,4)
Lutning $k = -2$

$y = 4 - 2x$

koordinat $A = (0,4)$
koordinat $B = (2,0)$
koordinat $D = (1,2)$

Avståndsformeln

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Mittpunktsformeln = bevis

$x_m = \frac{0+2}{2} = 1 \quad y_m = \frac{4+0}{2} = 2$

D = cirkelns mitt

Avståndsformeln mellan D och origo

$(x_2, y_2)\ (1,2) \qquad (x_1, y_1)\ (0,0)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d = \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2}$$
$$d = \sqrt{1^2 + 2^2}$$
$$d = \sqrt{1+4}$$
$$d = \sqrt{5} \text{ l.e. v.s.b.}$$

Svar: Avståndet D → origo är även radien på cirkeln. Avståndet från D till origo är $\sqrt{5}$ l.e., vilket även radien på cirkeln därmed är.

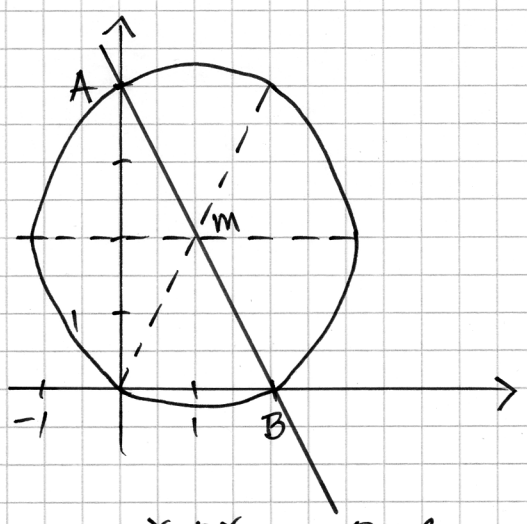
*Kommentar:* Elevlösningen visar att avståndet mellan mittpunkten på sträckan *AB* och origo är $\sqrt{5}$ l.e. I lösningen visas inte att sträckan *AB* är cirkelns diameter och därmed uppfylls inte kraven för andra resonemangspoängen på A-nivå.

**Elevlösning 2 (2 $A_R$)**

$y = 4 - 2x$

$A(0, y_1)$ $\quad y_1 = 4 - 2 \cdot 0 = 4 \Rightarrow A(0, 4)$

$B(x_2, 0)$ $\quad 0 = 4 - 2x \Rightarrow x = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow B(2, 0)$




$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0+2}{2} = 1$$

$$y_m = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{4+0}{2} = 2$$

$m(1, 2)$

Avståndsformeln: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Avstånd mellan m och origo: $\sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$ l.e.

Avstånd mellan m och A: $\sqrt{(1-0)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$ l.e.

Avstånd mellan m och B: $\sqrt{(1-2)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$ l.e.

*Kommentar:* Elevlösningen visar att avståndet mellan mittpunkten på sträckan *AB* och punkterna origo, *A* och *B* alla är $\sqrt{5}$ l.e. I och med detta visar lösningen indirekt att sträckan *AB* är cirkelns diameter. Trots att det saknas kommentar om detta anses beräkningarna vara tillräckliga för att kraven för andra resonemangspoängen på A-nivå nätt och jämnt ska vara uppfyllda.

**Uppgift 19**

**Elevlösning 1 (0 poäng)**

Svar: Om grafens maximi- eller minimipunkt är −1 har grafen en minimipunkt då grafen är negativ. Grafen har en minimipunkt

*Kommentar:* Elevlösningen visar ett felaktigt resonemang och ges noll poäng.

**Elevlösning 2 (1 $E_R$)**

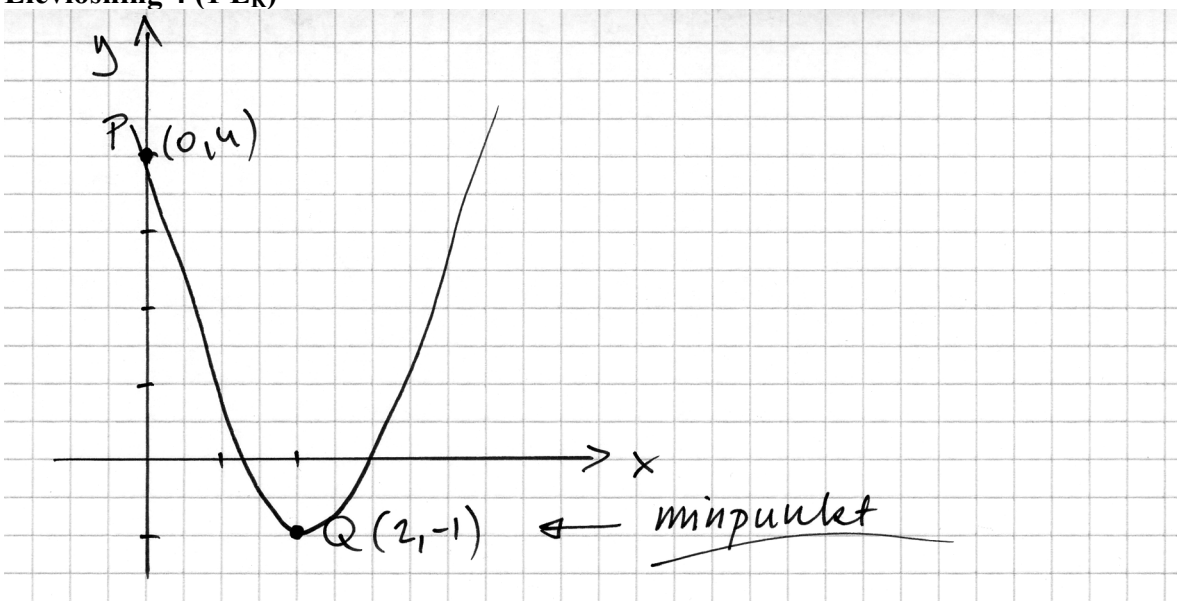
Minimipunkt eftersom om det vore en maximi-punkt så hade grafen aldrig kommit över origo. Och punkten P ligger över origo.

**Elevlösning 3 (1 $E_R$)**

Eftersom att extrempunktens y-värde har ett lägre värde än den punkten som det står att den går igenom så blir det den extrempunkten det lägsta värdet, alltså en minimipunkt.

*Kommentar:* Elevlösning 2 och 3 visar ett enkelt resonemang som anses vara godtagbart.

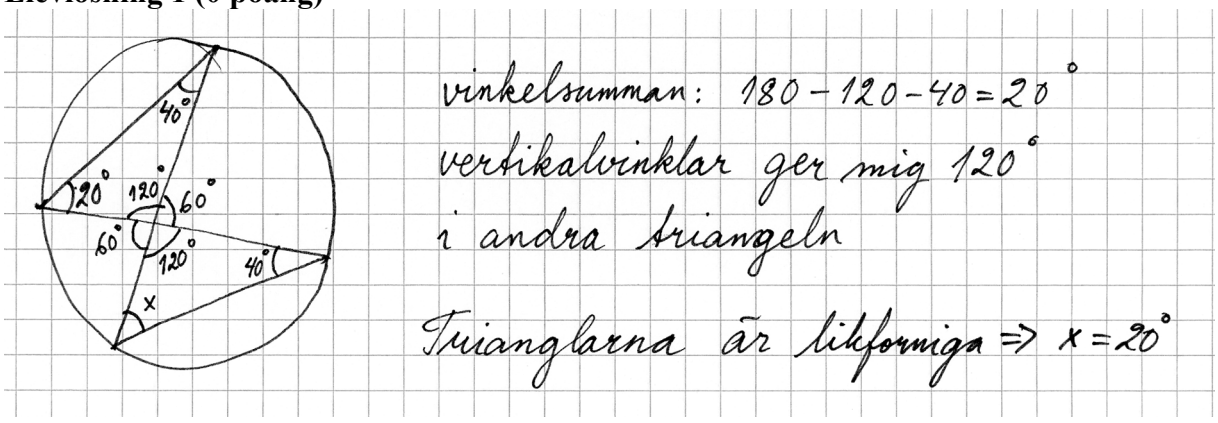
**Elevlösning 4 (1 $E_R$)**




*Kommentar:* Elevlösningen visar en graf som motiverar att extrempunkten är en minimipunkt. Detta anses motsvara ett enkelt resonemang.

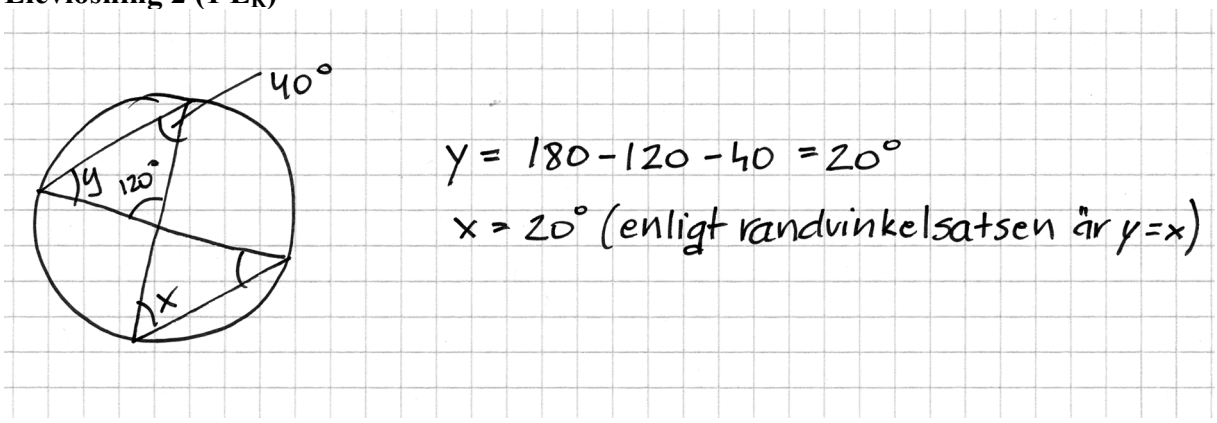
**Uppgift 20**

**Elevlösning 1 (0 poäng)**




*Kommentar:* Elevlösningen visar ett ej godtagbart resonemang eftersom det inte motiveras att vinkeln i den nedre triangeln är $40°$. I och med detta motiveras inte heller varför trianglarna är likformiga. Lösningen ges 0 poäng.

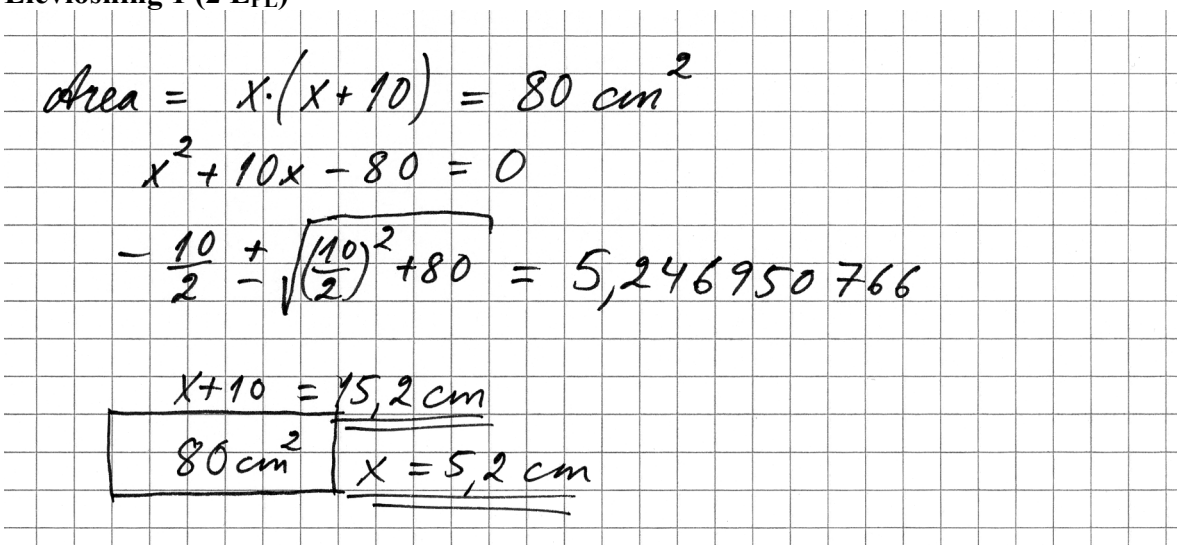
**Elevlösning 2 (1 $E_R$)**




*Kommentar:* Elevlösningen visar ett godtagbart enkelt resonemang som bygger på randvinkelsatsen. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

**Uppgift 21**

**Elevlösning 1 (2 $E_{PL}$)**




*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning med korrekt svar. Gällande kommunikation anses variabeln $x$ vara otillräckligt definierad, det saknas $x =$ i lösningsformeln på tredje raden och likhetstecknet används felaktigt i slutet av samma rad. Det är otydligt om rektangeln på sista raden verkligen är en förklarande figur. Dessa brister gör att lösningen inte anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

**Elevlösning 2 (2 $E_{PL}$ och 1 $C_K$)**

Sidan = x

$x(x+10)=80$

$x=-5\pm\sqrt{(-5)^2+80}$

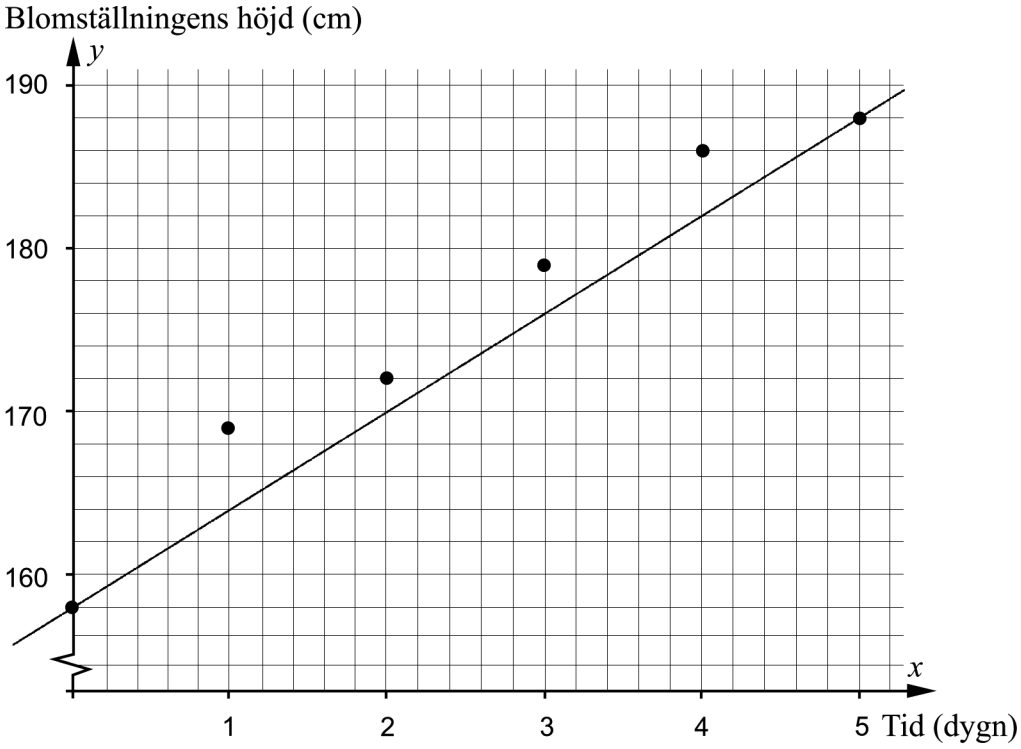
$x=-5\pm\sqrt{105}$

$x_1=5{,}2$ $\quad(x_2=-15{,}2)$ SVAR: 5,2cm och 15,2cm

*Kommentar:* Elevlösningen visar en korrekt lösning. Gällande kommunikation innehåller lösningen några brister. T.ex. definieras variabeln $x$ genom ”Sidan $= x$” vilket är otydligt då det inte framgår om det är rektangelns bredd eller längd som avses. Även en förklarande figur saknas och ett av rottecknen är inte tillräckligt långt. Lösningen är trots bristerna möjlig att följa och förstå. Kraven för kommunikationspoäng på C-nivå anses nätt och jämnt vara uppfyllda.

**Uppgift 23**

**Elevlösning 1 (0 poäng)**




$y = kx + m$

$(0, 158)$ och $(5, 188)$ ger

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{188-158}{5-0} = \frac{30}{5} = 6 = k$

$m = 158$

$y = 6x + 158$

9 juli $\Rightarrow$ 7 dagar $\Rightarrow x = 7$

$y = 6 \cdot 7 + 158 = 200$

Svar: Den skulle nu blivit 2m hög.

*Kommentar:* Elevlösningen baseras på en linje som inte är godtagbart anpassad. Lösningen ges därmed 0 poäng.

**Elevlösning 2 (0 poäng)**

1 dygn = 11 cm
2 dygn = 3 cm
3 dygn = 7 cm
4 dygn = 7 cm
5 dygn = 2 cm

} Tillväxten/dygn

Jag räknar ut genomsnittstillväxten =>
30 cm / 5 dygn = 6 cm / dygn i snitt
Eftersom det återstår 2 dygn till 9 juli
gångrar jag genomsnittet med 2.
6 cm · 2 = 12 cm och + det på växten den
7 juli. =>
188 cm + 12 cm = 200 cm
Svar: 200 cm 9 juli 2013

*Kommentar:* Elevlösningen visar en beräkning av växtens genomsnittliga tillväxt under 5 dygn. Detta är inte en godtagbar metod eftersom det endast är första och sista punkten som används. Lösningen ges 0 poäng.

**Elevlösning 3 (3 $C_M$)**

Jag använde mig av linjär regression på räknaren

$y = 5{,}942857143x + 160{,}4761905$

$9 - 2 = 7$ dygn efter 2:a juli

$y = (5{,}942857143 \cdot 7) + 160{,}4761905 \approx$

$\approx 202$ cm

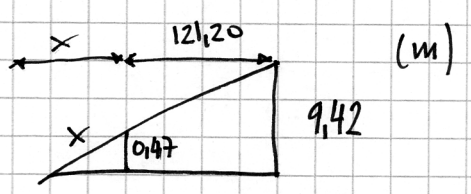
Svar:

Blomställningen skulle vara ca: 202 cm hög.

*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar anpassning med räknare. Lösningen anses uppfylla kraven för alla tre modelleringspoäng på C-nivå.

**Uppgift 24**

**Elevlösning 1 (1 $C_{PL}$)**




$9{,}42 - 0{,}47 = 8{,}95$

$\frac{0{,}47}{8{,}95} = \frac{x}{121{,}20} = 0{,}0525\ldots$

$0{,}0525\ldots \cdot 121{,}20 = x = 6{,}36$

*Kommentar:* Elevlösningen visar en beräkning som grundar sig på likformighet hos trianglar. Motivering saknas till varför omkretsen kan användas i likformighetssambandet och därmed uppfylls inte kraven för andra problemlösningspoängen på C-nivå.

**Elevlösning 2 (2 $C_{PL}$ och 1 $C_K$)**

Ta reda på x

$$R_1 = \frac{9{,}42}{\pi 2} = 1{,}5$$

$$R_2 = \frac{0{,}47}{\pi 2} = 0{,}0748$$

$$\frac{x}{0{,}0748} = \frac{121{,}20 + x}{1{,}5}$$

$$1{,}5x = 9 + 0{,}0748x$$

$$1{,}4252x = 9$$

$$x \approx 6{,}3$$

Svar: Den hade varit $\approx 6{,}3$ m högre

*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning med godtagbart svar. Gällande kommunikation saknas förklaringar till vad $R_1$ och $R_2$ betecknar samt att det är likformighet som används. I övrigt är lösningen välstrukturerad, möjlig att följa och förstå och symboler används på ett godtagbart sätt. Sammantaget anses kraven för kommunikationspoäng på C-nivå nätt och jämnt vara uppfyllda.

**Uppgift 25**

**Elevlösning 1 (2 $A_M$)**

$$\begin{cases} 0{,}5 = C \cdot 2^{-k \cdot 5730} & (1) \\ 0{,}655 = C \cdot 2^{-kx} & (2) \\ 1 = C \cdot 2^{-k \cdot 0} \Rightarrow C = 1 & (3) \end{cases}$$

$$(1)\quad 0{,}5 = 2^{-k \cdot 5730} \Rightarrow -5730k = \frac{(\lg 0{,}5)}{(\lg 2)} = -1$$

$$\Rightarrow k = 1{,}745 \cdot 10^{-4}$$

$$(2)\quad 0{,}655 = 2^{-1{,}745 \cdot 10^{-4} x} \Rightarrow -1{,}745 \cdot 10^{-4} x = \frac{\lg 0{,}655}{\lg 2} =$$

$$-0{,}61043 \Rightarrow x = \frac{-0{,}61043}{-1{,}745 \cdot 10^{-4}} \approx 3498$$

Svar: Skon var ca 3500 år

*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning. Gällande kommunikation är inte lösningen lätt att följa och förstå eftersom de två första ekvationerna saknar *C* i vänsterledet och bestämningen av *C* i den tredje ekvationen är otydlig. Lösningen uppfyller därmed inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

**Elevlösning 2 (2 $A_M$ och 1 $A_K$)**

$y = C \cdot 2^{-kx}$

C är grundmängden (100% = 1)

$0{,}5 = 1 \cdot 2^{-k \cdot 5730}$

$\lg 0{,}5 = \lg 2^{-k \cdot 5730}$

$\lg 0{,}5 = -k \cdot 5730 \cdot \lg 2$

$k = \frac{\lg 0{,}5}{\lg 2} / -5730 \approx 1{,}745 \cdot 10^{-4}$

dvs. $y = C \cdot 2^{-1{,}745 \cdot 10^{-4} \cdot x}$

$0{,}655 = 1 \cdot 2^{-1{,}745 \cdot 10^{-4} \cdot x}$

$\lg 0{,}655 = \lg 2^{-1{,}745 \cdot 10^{-4} \cdot x}$

$\lg 0{,}655 = -1{,}745 \cdot 10^{-4} \cdot x \cdot \lg 2$

$x = \frac{\lg 0{,}655}{-1{,}745 \cdot 10^{-4} \cdot \lg 2}$

$x \approx 3498$ SVAR: 3500 år

*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning. Gällande kommunikation är lösningen välstrukturerad, lätt att följa och förstå och matematiska symboler används med god anpassning till situationen. Sammantaget ges lösningen alla poäng som är möjliga att få.

**Elevlösning 3 (2 $A_M$ och 1 $A_K$)**

Halveringstid kol-14 = 5730 år

$y = C \cdot 2^{-kx}$ kan skrivas $y = y_0 \cdot (1/2)^{\frac{t}{t_{1/2}}}$

Där $y$ = % efter $t$ antal år

$y_0$ = % vid start → $y_0 = C$

$t$ = tid som passerat

$t_{1/2}$ = halveringstid → k-konstant

65,5% = 0,655  100% = 1

$0{,}655 = 1 \cdot (1/2)^{\frac{t}{5730}}$

$\ln(0{,}655) = \ln(0{,}5) \cdot t/5730$

$\frac{\ln(0{,}655)}{\ln(0{,}5)} = \frac{t}{5730}$

$0{,}61 = \frac{t}{5730}$

$t = 3497$

Svar: Skon var dryg 3500 år gammal, när den hittades 2006.

*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning. Gällande kommunikation skrivs den givna modellen om till $y = y_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}$ utan härledning. I övrigt är lösningen välstrukturerad, lätt att följa och förstå och matematiska symboler används med god anpassning till situationen. Sammantaget ges lösningen alla poäng som är möjliga att få.

**Uppgift 26b**

**Elevlösning 1 (1 $A_B$)**

E är fel!
I ett stickprov skulle det kunna
slumpa sig så att alla 50 har
en vikt som är större än
medelvikten.

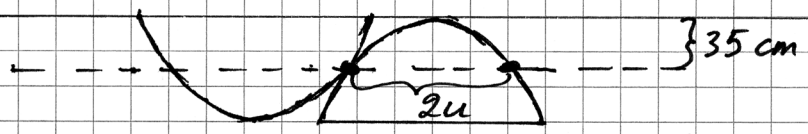
*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar förklaring till varför svarsalternativ E är fel.

**Uppgift 27**

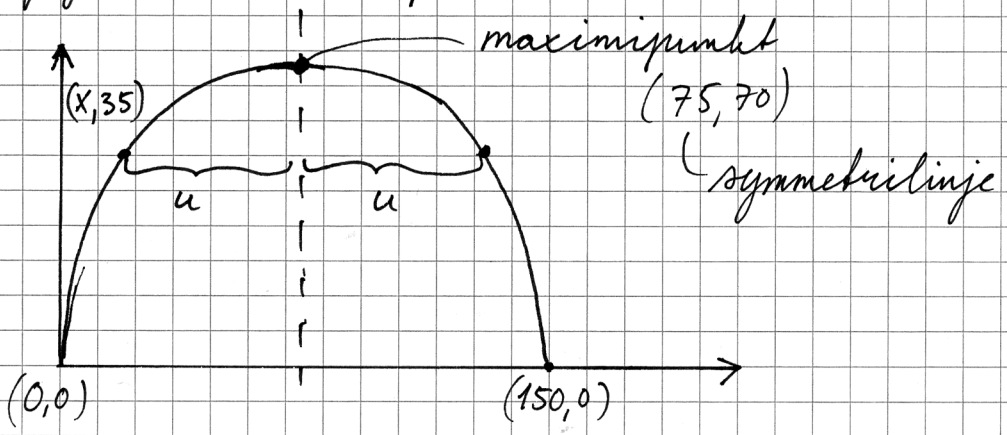
**Elevlösning 1 (2 $A_M$ och 1 $A_K$)**

Tyget är 140 cm brett, två parablar får då plats. (70 + 70 = 140)

Totalt: 8 parabelformade tygstycken.




Jag vill ta reda på avståndet 2u




$$y = k(x - 0_1)(x - 0_2)$$
$$y = k(x - 0)(x - 150)$$
$$70 = k(75 - 0)(75 - 150)$$
$$70 = k(5625 - 11250)$$
$$70 = -5625k$$
$$k = -0{,}012\ldots$$
$$y = -0{,}012 \cdot (x - 0)(x - 150)$$
$$y = -0{,}012(x^2 - 150x)$$
$$y = -0{,}012x^2 + 1{,}87x$$

Fortsättning på nästa sida.

Jag sätter in att $y = 35$

$$35 = -0{,}012(x-0)(x-150)$$

$$35 = -0{,}012(x)(x-150)$$

$$35 = -0{,}012(x^2 - 150x)$$

$$35 = -0{,}012x^2 + 1{,}87x$$

$$0 = -0{,}012x^2 + 1{,}87x - 35$$

$$0 = x^2 - 150x + 2812{,}5$$

$$x = \frac{150}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{150}{2}\right)^2 - 2812{,}5}$$

$$x = 75 \pm 53$$

symmetrilinje

$u = 53 \quad 2u = 2 \cdot 53 = 106$

Antal meter tyg som behövs blir då:

$150 + 106 + 150 + 106 = 512\,cm = 5{,}12\,m$

<u>Svar:</u> Det behövs 5,12 m tyg.

*Kommentar:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning fram till att tygets längd ska beräknas på näst sista raden. Eftersom svaret inte är korrekt uppfylls inte kraven för den tredje modelleringspoängen på A-nivå. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och innehåller både figur och definierade variabler. Trots det felaktiga svaret anses lösningen uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.