Kravgränser

Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 65 poäng varav
23 E-, 23 C- och 19 A-poäng. Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla fyra delprov, det vill säga Delprov A, B, C och D.

Kravgräns för provbetyget
E: 17 poäng
D: 26 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 34 poäng varav 14 poäng på minst C-nivå
B: 44 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Bedömningsformulär

Elev:_____ **Klass:**_____ **Provbetyg:** _____

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
A	M_1												
	M_2												
	M_3												
	M_4												
	M_5												
	M_6												
	M_7												
B	1												
	2												
	3a												
	3b												
	4a												
	4b												
	4c												
	5a												
	5b												
	6												
	7a												
	7b												
	8												
	9a												
	9b												
	9c												
	10a												
	10b												
C	11_1												
	11_2												
	12_1												
	12_2												
	12_3												
	12_4												
	13_1												
	13_2												
	14_1												
	14_2												
	14_3												
	15_1												
	15_2												
	16_1												
	16_2												

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	17_1												
	17_2												
	18												
	19a												
	19b_1												
	19b_2												
	19c_1												
	19c_2												
	19d_1												
	19d_2												
	20_1												
	20_2												
	21_1												
	21_2												
	21_3												
	22_1												
	22_2												
	22_3												
	23_1												
	23_2												
	23_3												
	23_4												
	24a_1												
	24a_2												
	24b												
	Total												
Σ													

	Total	**5**	**7**	**5**	**6**	**6**	**5**	**6**	**6**	**3**	**2**	**7**	**7**
Σ	**65**	**23**				**23**				**19**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (-4) +1 E_B

2. **Max 1/0/0**

Korrekt svar $\left(\frac{8}{3}\right)$ +1 E_P

3. **Max 2/0/0**

a) Godtagbart ritad tangent +1 E_B

b) Godtagbart ritad sekant som skär grafen i två punkter +1 E_B

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

4. **Max 1/2/0**

a) Korrekt svar ($f'(x) = 15x^2 - 16x$) +1 E_P

b) Korrekt svar $\left(f'(x) = \frac{3 - e^{-x}}{2}\right)$ +1 C_P

c) Korrekt svar ($f'(x) = x^{-1,5}$) +1 C_P

5. **Max 1/1/0**

a) Korrekt svar $(1,5)$ +1 E_P

b) Korrekt svar $(-0,5)$ +1 C_B

6. **Max 1/0/0**

Godtagbart ritad graf
(Markering av punkterna (1, 1), (2, 4) och (3, 9)) +1 E_B

7. **Max 1/1/0**

a) Korrekt svar (G) +1 E_B

b) Korrekt svar (H) +1 C_B

8. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (Alternativ E) +1 C_B

9. **Max 1/1/1**

a) Korrekt svar (3) +1 E_P

b) Korrekt svar $\left(\frac{x-3}{2(x+3)}\right)$ +1 C_P

c) Korrekt svar ($(x-1)^{12}$) +1 A_P

10. **Max 0/1/1**

a) Korrekt svar (C) +1 C_B

b) Korrekt svar (B, D och E) +1 A_B

Delprov C

11. **Max 2/0/0**

Godtagbar inledning till resonemang, t.ex. sätter $x = 10$ och $y = 6$ i cirkelns ekvation +1 E_R

med i övrigt godtagbart slutfört resonemang med slutsatsen att punkten inte ligger på cirkeln +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

12. **Max 3/1/0**

Godtagbar ansats, deriverar och tecknar ekvationen $3x^2 - 12x + 9 = 0$ +1 E_P

med korrekt bestämning av derivatans nollställen, $x_1 = 1$ och $x_2 = 3$ +1 E_P

med godtagbar verifiering, t.ex. verifiering av maximum då $x_1 = 1$ och uteslutning av nollstället $x_2 = 3$ med korrekt svar ($x = 1$) +1 E_P

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

13. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion, $\frac{x^4}{16} + \frac{x}{4}$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (1,5 a.e.) +1 C_P

Kommentar: Svar med utelämnad eller felaktig enhet godtas.

14. **Max 0/3/0**

Godtagbar generell ansats, där två relevanta areor beräknas, t.ex.

$\int_0^a kx^2 \mathrm{d}x = \frac{ka^3}{3}$ och $a \cdot ka^2 = ka^3$ +1 C_R

med godtagbart slutfört bevis +1 C_R

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

15. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, skriver om nämnaren som $(x-1)(x+3)$ och inser att en av faktorerna $(x-1)$ eller $(x+3)$ ska finnas i täljaren $x^2-ax-12$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a_1=-11$ och $a_2=1$) +1 A_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

16. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt om att $\lim_{h\to 0}\frac{3^h-1}{h}=y'(0)$ +1 A_B

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($\ln 3$) +1 A_P

Delprov D

17. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer ett allmänt uttryck för den primitiva funktionen, $F(x)=0,25x^4+x^3+C$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($F(x)=0,25x^4+x^3-5$) +1 E_{PL}

18. **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang, där det framgår att $\left|-12+2\right|+0,5\cdot(-12)=4,$ med slutsatsen att Lisa har fel +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 3/4/0**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar ($22\,°\mathrm{C}$) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $17e^{-0,693x} + 5 = 10$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($1,8$ h) +1 E_M

c) Godtagbar ansats, visar insikt om att funktionen ska deriveras +1 C_B

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar inklusive korrekt enhet ($2,9\,°\mathrm{C/h}$) +1 C_B

Kommentar: Svaret $-2,9\,°\mathrm{C/h}$ bedöms som godtagbart.

d) Godtagbar ansats, t.ex. ansätter några värden på x i funktionsuttrycket +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($5\,°\mathrm{C}$) +1 C_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

20. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. deriverar och tecknar ekvationen $4x^3 - 4 = -17,5$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($-1,5$) +1 C_{PL}

21. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, tecknar en användbar ekvation med hjälp av cosinussatsen +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($1,9$ h) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

22. **Max 0/0/3**

Godtagbar generell ansats, ansätter två sidor med olika längder och lämpliga vinklar samt använder areasatsen i två trianglar +1 A_R

med i övrigt korrekt slutfört bevis inklusive hänvisning till sambandet $\sin v = \sin(180° - v)$ +1 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt om att $\int 5,73e^{0,0573 \cdot t} dt$ kan användas +1 A_B

med godtagbar fortsättning, tar hänsyn till att antalet bakterier är 100 då $t = 0$, t.ex. genom att teckna ekvationen $100 + \int_0^x 5,73e^{0,0573 \cdot t}\, dt = 100000$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (120 min) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Kommentar: Observera att vissa felaktiga lösningar,

t.ex. $\int_0^x 5,73e^{0,0573 \cdot t}\, dt = 100000$ också ger svaret 120 minuter.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 0/0/3**

a) Godtagbar ansats, funktionsuttrycket innehåller faktorn $30 \cdot 0,98^x$ +1 A_M

med korrekt svar ($D(x) = (40 + x)(30 \cdot 0,98^x)$) +1 A_M

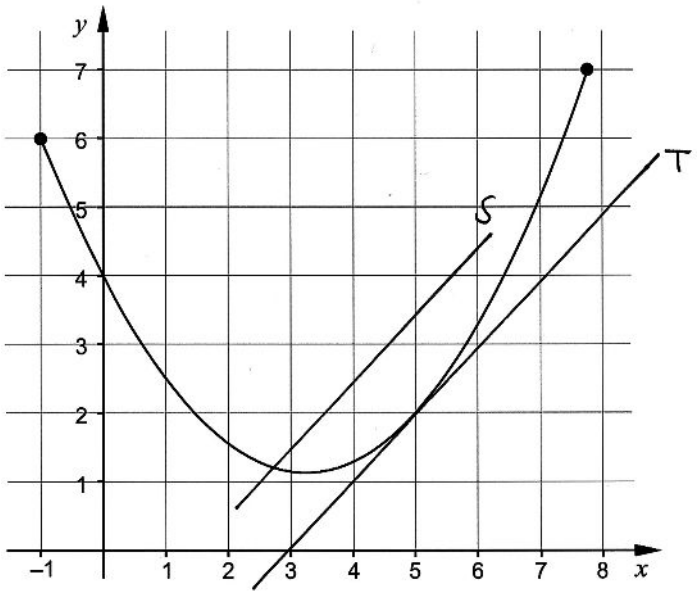
b) Godtagbar grafisk lösning, där det korrekta funktionsuttrycket $D(x) = (40 + x)(30 \cdot 0,98^x)$ används, med godtagbart svar (49,50 kr/kg) +1 A_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Bedömda elevlösningar

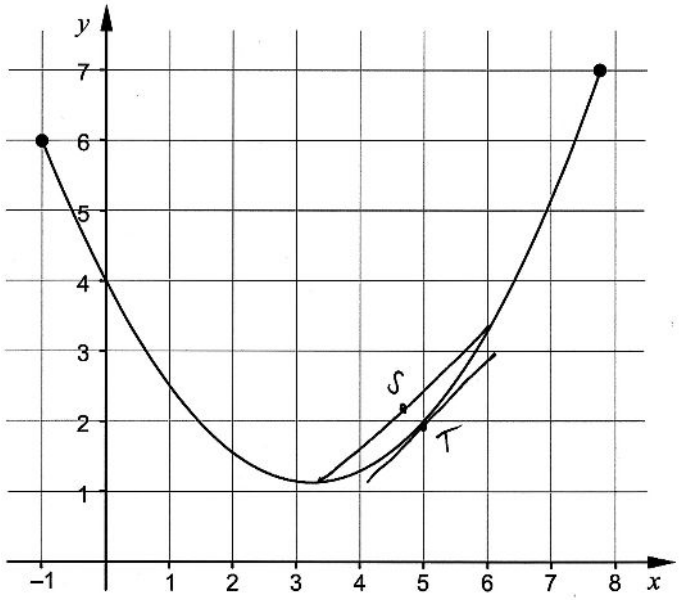
Uppgift 3

Elevlösning 1 (1 E_B)



Kommentar: a) Tangenten är godtagbart ritad, vilket ger en begreppspoäng på E-nivå.
b) Sekanten uppfyller inte kraven för en begreppspoäng på E-nivå eftersom den inte skär grafen i två punkter.

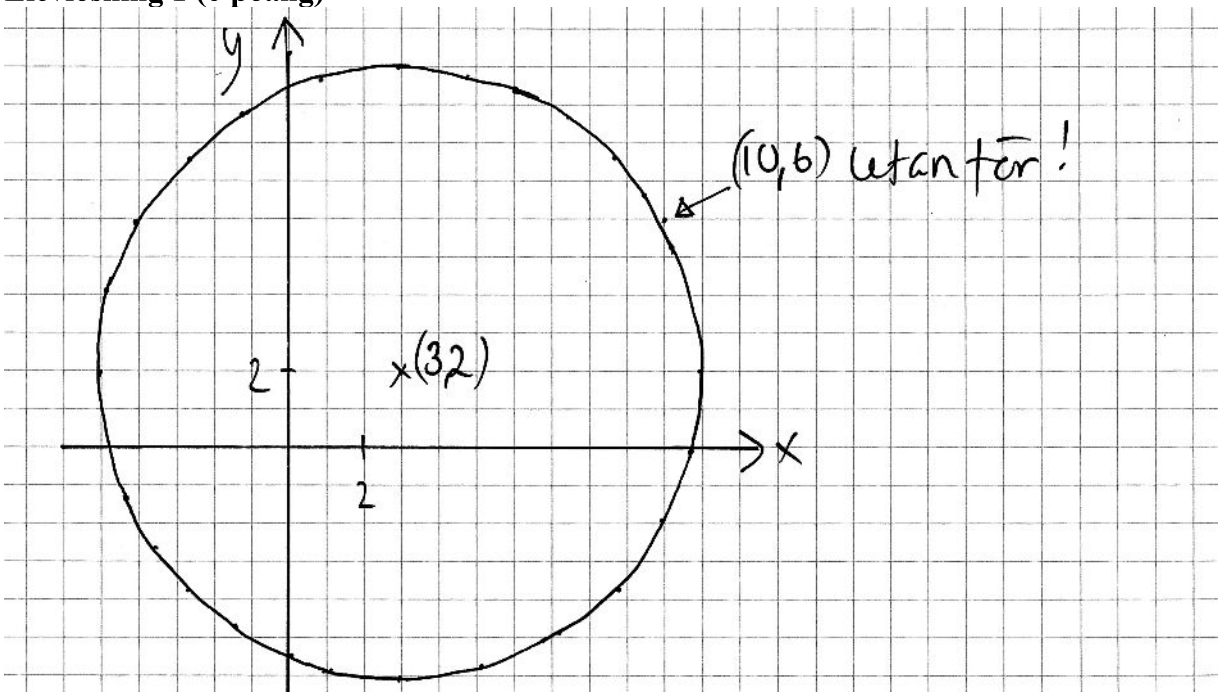
Elevlösning 2 (2 E_B)



Kommentar: Tangenten och framförallt sekanten borde ha varit längre och lutningen är inte riktigt 1. Trots detta bedöms lösningen nätt och jämnt ge två begreppspoäng på E-nivå.

Uppgift 11

Elevlösning 1 (0 poäng)



Kommentar: Elevlösningen visar en noggrant ritad figur, men en figur anses inte vara tillräcklig för att avgöra om punkten ligger på cirkeln eller inte. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 2 (1 E_R)

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 64$$
$$(10-3)^2 + (6-2)^2 = 64$$
$$(100-9) + (36-4) = 64$$
$$91 + 32 \neq 64$$

Nej, den ligger inte på cirkeln!

Kommentar: Lösningen visar en godtagbar ansats där $x = 10$ och $y = 6$ ansätts i ekvationen men sedan följer ett räknefel. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 3 (2 E_R)

$$(10-3)^2 + (6-2)^2 = 64 \Rightarrow$$
$$7^2 + 4^2 = 64 \Rightarrow$$
$$49 + 16 = 65 = 64 \quad \text{Falsht}$$

Nej, det gör den inte

Kommentar: Lösningen visar ett godtagbart enkelt resonemang trots formella brister. Sammantaget ges lösningen nätt och jämnt två resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 12

Elevlösning 1 (2 E_P och 1C_K)

$V(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

V_{max} finns där $V'(x) = 0$

$V'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$3x^2 - 12x + 9 = 0$

$x^2 - 4x + 3 = 0$ pq-formeln ger vidare att

$\Rightarrow x = -\left(-\frac{4}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 3}$

$= 2 \pm \sqrt{1}$

$\Rightarrow x_1 = 2 + 1 = 3$ dm

$x_2 = 2 - 1 = 1$ dm

x_1 ger att sidan $x = 3$ dm vilket är orimligt då detta är den kvadratiska plåtens sida.

Därav finns V_{max} i $x = 1$. Sidan ska vara 1 dm för att boet ska bli så stort som möjligt.

Svar: 1 dm

Kommentar: I elevlösningen motiveras varför $x = 3$ dm är orimligt men verifiering av att $x = 1$ dm motsvarar ett maximum saknas, vilket gör att kraven för tredje procedurpoängen på E-nivå inte är uppfyllda. När det gäller kommunikation är uppgiften i det närmaste behandlad i sin helhet och redovisningen är mycket lätt att följa och förstå samt symboler används med god anpassning till syfte och situation. Därmed anses kraven för kommunikationspoängen på C-nivå vara uppfyllda. Sammantaget ges elevlösningen två procedurpoäng på E-nivå och kommunikationspoängen på C-nivå.

Elevlösning 2 (3 E_P och 1 C_K)

Sökes: Största möjliga volym

Givet: Sidan är 3 dm

$V(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

lösning: $V'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$V'(x) = 0$ ger $3x^2 - 12x + 9 = 0$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$x = 2 \pm \sqrt{2^2 - 3}$

$(x_1 = 3) \quad x_2 = 1$

$V''(x) = 6x - 12$

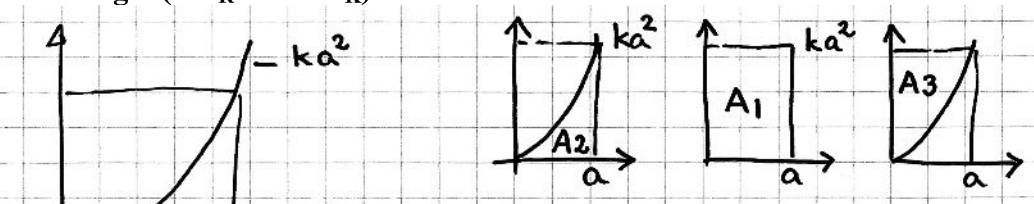
$V''(1) = 6 \cdot 1 - 12 = -6 \qquad V(1)$ max

Svar $x = 1$

Kommentar: Uppgiften är löst i sin helhet inklusive uteslutning av $x = 3$ och verifiering av maximum. När det gäller kommunikation är lösningen strukturerad och möjlig att följa och förstå trots att motiveringen till varför $x = 1$ ger ett maximum är ofullständig. Elevlösningen ges tre procedurpoäng på E-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå

Uppgift 14

Elevlösning 1 (1 C_R och 1 C_K)



$A_1 = a \cdot ka^2 = ka^3$

$A_2 = \int_0^a kx^2 dx = \left[\frac{kx^3}{3}\right]_0^a = \frac{ka^3}{3}$

Om $A_2 + A_3$ ska vara lika med A_1 så måste $A_3 = \frac{2ka^3}{3}$

Kommentar: Relevanta areor beräknas korrekt men bevisföringen är inte helt slutförd eftersom en slutsats av typen ”dvs $A_3 = 2A_2$” saknas. Även om beviset inte är helt fullständigt så är lösningen välstrukturerad och lätt att följa och förstå. Matematiska symboler används korrekt och figurerna förtydligar lösningen. Elevlösningen ges en resonemangs- och en kommunika-tionspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_R och 1 C_K)

$$A_{vit} = \int_0^a (kx^2)\,dx = \left[\frac{kx^3}{3}\right]_0^a = \frac{ka^3}{3}$$

$$y = ka^2$$

$$A_{rek} = a \cdot ka^2 = ka^3$$

$$A_{grå} = ka^3 - \frac{ka^3}{3} = \frac{2ka^3}{3}$$

$$A_{grå} = 2 \cdot A_{vit}$$

$$\frac{2ka^3}{3} = 2 \cdot \frac{ka^3}{3} \qquad \text{V.S.B.}$$

Kommentar: Elevlösningen visar ett godtagbart bevis. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå. Visserligen saknas figur men detta kompenseras av användningen av index. Elevlösningen ges två resonemangspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 15

Elevlösning 1 (0 poäng)

$$\frac{x^2 - ax - 12}{x^2 + 2x - 3} = \frac{x^2 - ax - 12}{(x-1)(x+3)} =$$

$$x = -1 \pm \sqrt{(-1)^2 + 3}$$

$$x_1 = 1 \text{ och } x_2 = -3$$

Kommentar: Nämnaren faktoriseras korrekt men det framgår inte att faktorerna även ska finnas i täljaren för att förkortning ska vara möjlig. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösning 2 (1 A_{PL})

$$\frac{x^2 - ax - 12}{x^2 + 2x - 3}$$

Man kan inte använda några kvadreringsregler eftersom det är – framför 12 och 3.

$$x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x+3)$$

För att det ska bli 12 måste man ha med 4 och 3 i parenteserna.

$$(x+3)(x-4) = x^2 - 4x + 3x - 12 = x^2 - x - 12$$

Detta gör att om $a = 1$ kan man förenkla uttrycket.

$$\frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3} = \frac{(x+3)(x-4)}{(x-1)(x+3)} = \frac{x-4}{x-1} \qquad \text{Svar: } a = 1$$

Kommentar: I elevlösningen faktoriseras nämnaren och det ena värdet på a bestäms. Elevlösningen ges en problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (2 A_{PL})

Förkortning möjlig

$$\frac{x^2-ax-12}{x^2+2x-3} = \frac{(x+3)(x-4)}{(x+3)(x-1)} = \frac{x^2-4x+3x-12}{x^2-x+3x-3} = \frac{x^2\overset{a_1}{(-x)}-12}{x^2+2x-3}$$

$$x^2+2x-3 = (x+3)(x-1)$$

Förkortning möjlig

$$\frac{x^2-ax-12}{x^2+2x-3} = \frac{(x-1)(x+12)}{(x+3)(x-1)} = \frac{x^2+12x-x-12}{x^2+2x-3} =$$

$$= \frac{x^2\overset{a_2}{(-11x)}-12}{x^2+2x-3}$$

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{svar } a_1 = 1 \\ \quad\quad a_2 = 11\end{array}}$$

Kommentar: Elevlösningen är korrekt förutom ett lapsusfel i sista ledet. Elevlösningen ges två problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 18

Elevlösning 1 (0 poäng)

$$|x+2| + 0.5x = 5$$

LISA HAR FEL.

$$(-12+2)+(-6) = 5$$
$$(-10)+(-6) = 5$$
$$10 - 6 = 4$$

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang som inte bedöms som godtagbart eftersom parentes används istället för absolutbeloppstecken på andra och tredje raden. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösning 2 (1 E_R)

$$|-12+2| + 0.5\cdot(-12) = 5$$
$$|-10| + (-6) = 5$$
$$10 - 6 = 4 \neq 5$$

Hon har fel!!!

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang som på de två första raderna inte är formellt korrekt eftersom $\text{VL} \neq \text{HL}$. Elevlösningen bedöms nätt och jämnt uppfylla kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 3 (1 E_R)

Nej, eftersom $|-12+2| = 10$ och

$$10 + 0{,}5\cdot(-12) = 10 - 6 = 4$$

Kommentar: Elevlösningen visar ett något kortfattat resonemang som nätt och jämnt bedöms uppfylla kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 19d

Elevlösning 1 (0 poäng)

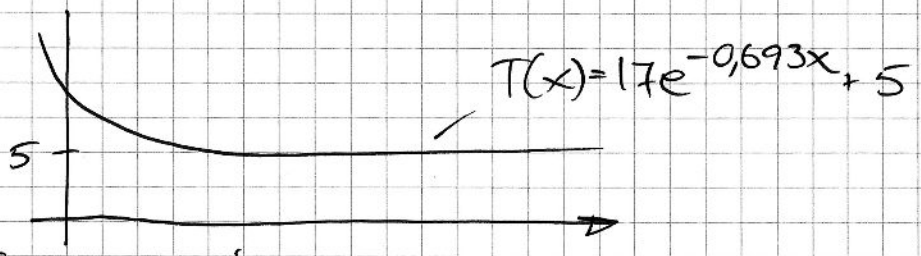
Vi säger att $x = 1000$

$T(1000) = 17e^{-0,693 \cdot 1000} + 5 = 5$ Svar 5°C (undre gräns)

Kommentar: I elevlösningen ansätts enbart ett värde på x vilket inte är tillräckligt för att dra slutsatsen att uttryckets värde *närmar sig* 5. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösning 2 (2 C_M)

Temperaturen blir 5°C. Det kan vi se när vi ritar upp grafen m.hj.a. miniräknaren



Grafen sjunker inte under $y = 5$ utan stannar på $y = 5$

Vattnet kan alltså inte bli kallare än 5°C.

Kommentar: I elevlösningen används den matematiska modellens graf för att visa att den undre gränsen är $5°C$. Skalan på x-axeln framgår inte, grafen går inte genom $(0, 22)$ och det är inte matematiskt korrekt att skriva att ”Grafen … stannar på $y = 5$”. Trots detta bedöms elevlösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för två modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 3 (2 C_M)

$$\lim_{x \to \infty} \underbrace{17e^{-0,693x}} + 5 = 5$$

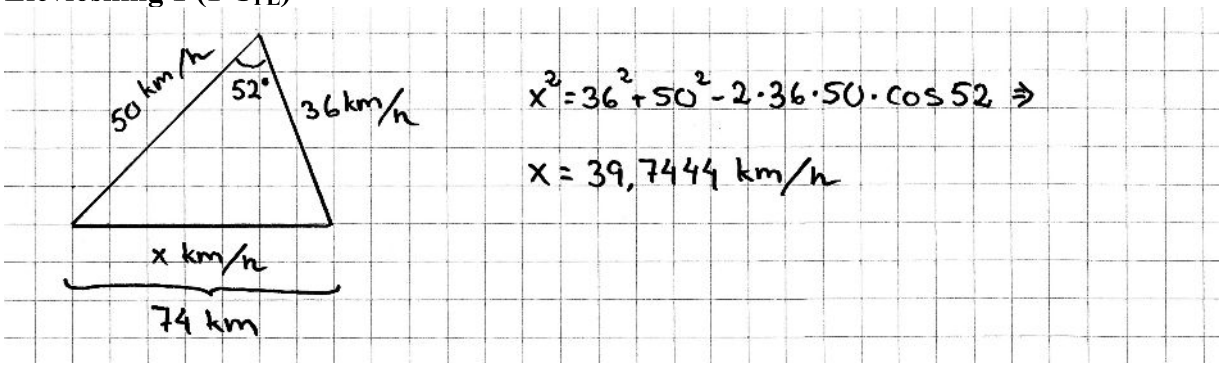
Detta kommer att gå mot noll när x går mot ~~∞~~ oändligheten och svar blir då 5.

SVAR: Undre gräns är 5°C

Kommentar: I elevlösningen används modellen för att visa att den undre gränsen för vattnets temperatur är $5°C$. Elevlösningen uppfyller kraven för två modelleringspoäng på C-nivå.

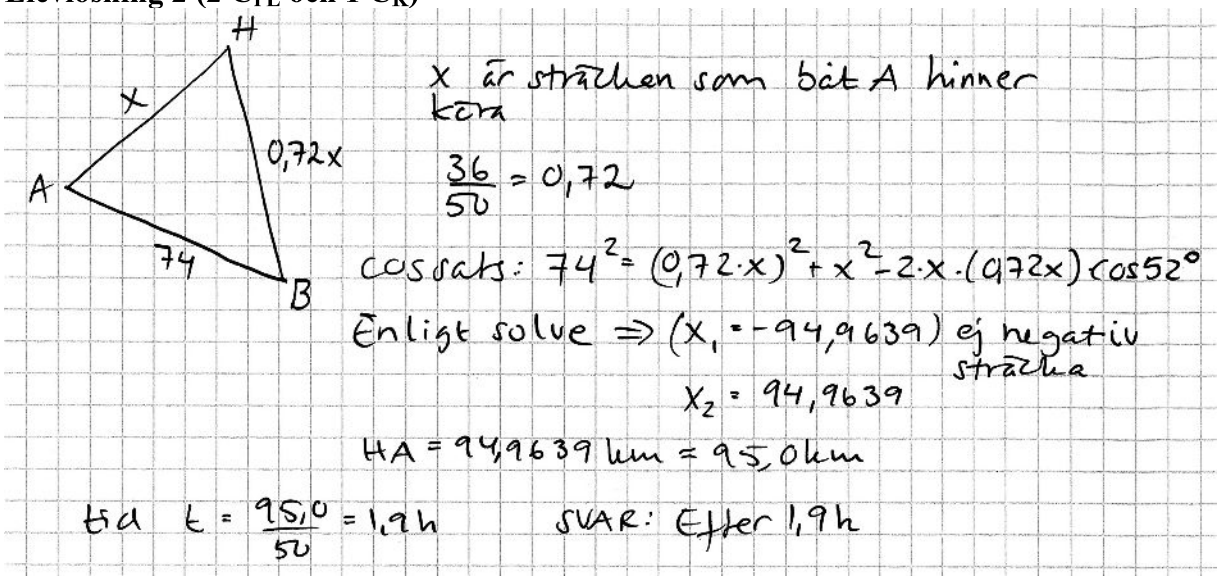
Uppgift 21

Elevlösning 1 (1 C_{PL})



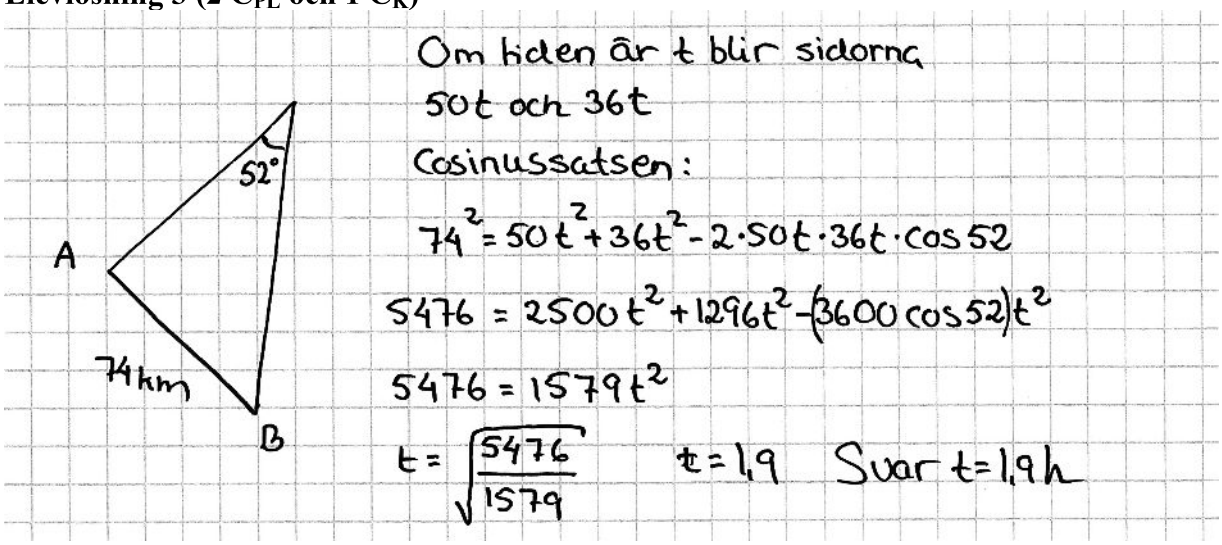
Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar ansats. Lösningen ges den första problemlösningspoängen på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_{PL} och 1 C_K)



Kommentar: Uppgiften är löst i sin helhet och korrekt. När det gäller kommunikation förklaras inte kvoten 36/50 i inledningen, tidsberäkningen redovisas inte med formel och figuren saknar ”km”. Trots detta brister är elevlösningen möjlig att följa och förstå. Sammantaget ges elevlösningen två problemlösningspoäng samt nätt och jämnt kommunikationspoängen på C-nivå.

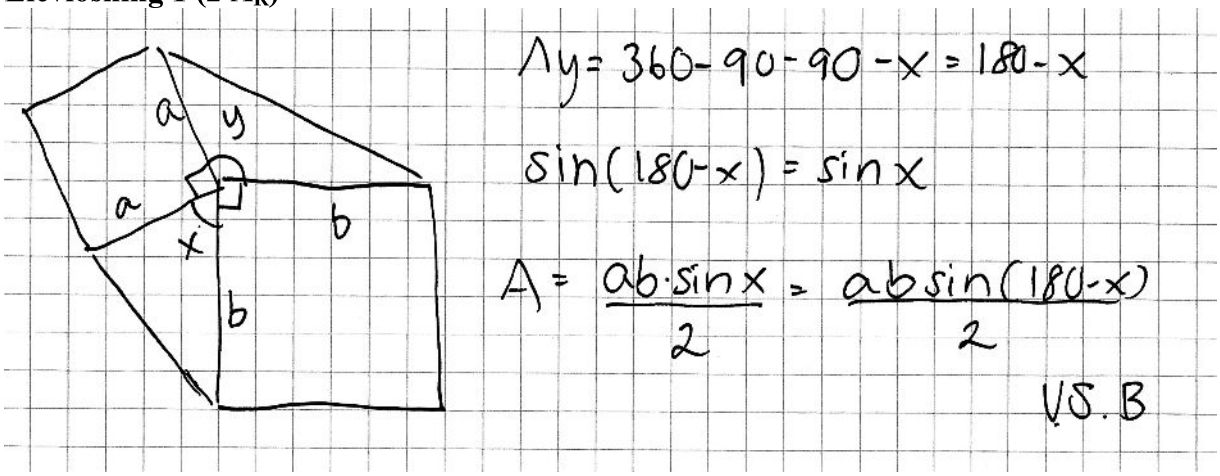
Elevlösning 3 (2 C_{PL} och 1 C_K)



Kommentar: Uppgiften är löst i sin helhet och korrekt. När det gäller kommunikation saknas parenteser i ekvationen som baseras på cosinussatsen och gradtecken på något ställe samt formeln $s = v \cdot t$. I övrigt är lösningen välstrukturerad och möjlig att följa och förstå. Sammantaget ges elevlösningen två problemlösningspoäng samt nätt och jämnt kommunikationspoängen på C-nivå.

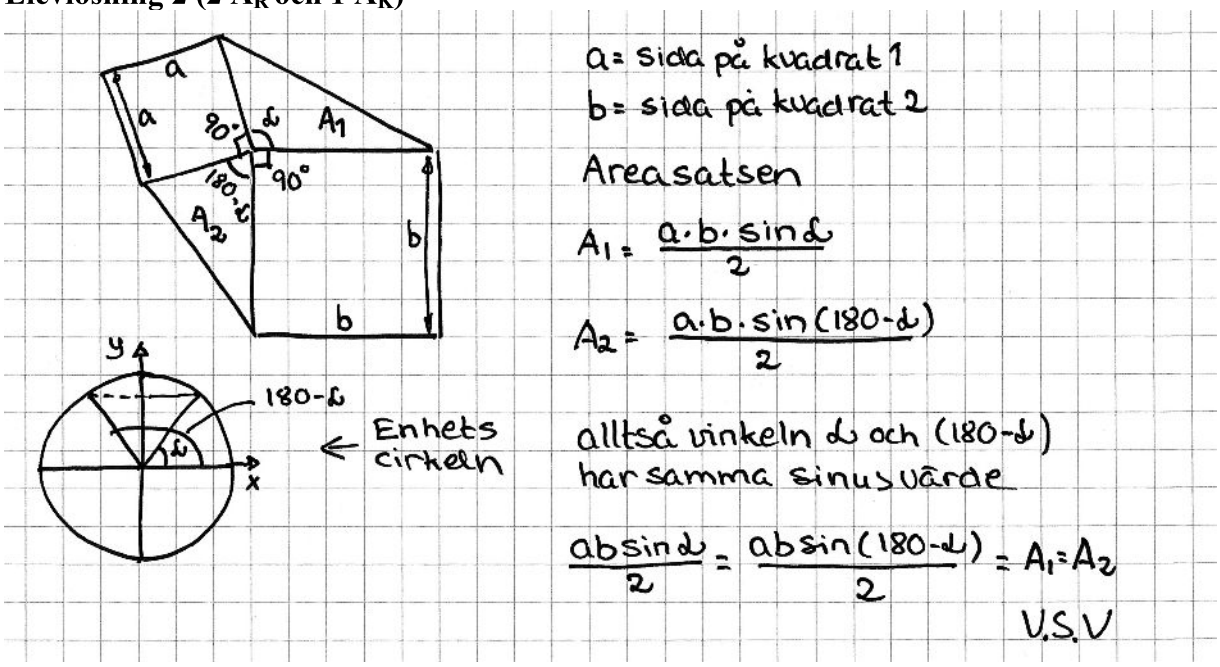
Uppgift 22

Elevlösning 1 (2 A_R)



Kommentar: Elevlösningen är mycket kortfattad men innehåller det nödvändigaste för att beviset ska vara hållbart, t.ex. hänvisas till sambandet $\sin(180° - v) = \sin v$. Elevlösningen ges därmed nätt och jämnt två resonemangspoäng på A-nivå. När det gäller kommunikation saknas hänvisning till areasatsen. Dessutom är kopplingen mellan figuren och de areor som tecknats på sista raden otydlig. Gradtecken saknas genomgående. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda.

Elevlösning 2 (2 A_R och 1 A_K)



Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet och är korrekt. När det gäller kommunikation saknas gradtecken på vissa ställen men lösningen är lätt att följa och förstå eftersom bevisets bärande delar förklaras och kopplingen mellan figur och areauttryck är tydlig. Elevlösningen ges två resonemangs- och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (1 A_B)

100 från början (per gram)

hastighet $5{,}73e^{0{,}0573t}$ bakt./min

$$\int_0^t 5{,}73e^{0{,}0573t} = 100\,000$$

$$= \left[\frac{5{,}73e^{0{,}0573t}}{0{,}0573}\right]_0^t = \left[100e^{0{,}0573t}\right]_0^t$$

$$= 100e^{0{,}0573t} - 100e^0 = 100e^{0{,}0573t} - 100$$

$$= 10\,000 + 100 = 100e^{0{,}0573t}$$

$$10100 = 100e^{0{,}0573t}$$

$$101 = e^{0{,}0573t}$$

$$\ln 101 = \ln e^{0{,}0573t}$$

$$0{,}0573t = \frac{\ln 101}{\ln e}$$

$$t \approx 121 \text{ min}$$

Kommentar: Elevlösningen visar insikt om att $\int 5{,}73e^{0{,}0573\cdot t}\,dt$ ska beräknas, men tar ingen hänsyn till antalet bakterier då $t = 0$. Elevlösningen uppfyller därmed kraven för en begrepps-poäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (1 A_B och 1 A_{PL})

$$5{,}73\,e^{0{,}0573t}$$

Gör om från $f'(x)$ till $f(x)$

$$f(x) = \frac{5{,}73\,e^{0{,}0573t}}{0{,}0573} + C$$

(100 bakterier från början. $C = 100$)

$$f(x) = 100\,e^{0{,}0573t} + 100 = 100\,000$$

$$99\,900 = 100\,e^{0{,}0573t}$$

$$\frac{99\,900}{100} = e^{0{,}0573t}$$

$$\ln(999) = 0{,}0573t$$

$$\frac{\ln(999)}{0{,}0573} = t$$

$$t \approx 120{,}5 \text{ min}$$

Kommentar: Elevlösningen visar insikt om att antalet bakterier som funktion av tiden ges av $f(x) = \dfrac{5{,}73e^{0{,}0573t}}{0{,}0573} + C$. Lösningen tar hänsyn till att antalet bakterier är 100 då $t = 0$ men bestämningen av konstanten är felaktig. Elevlösningen ges därmed en begreppspoäng och en problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (1 A_B, 1 A_{PL} och 1 A_K)

Om $f(t) = 5{,}73\,e^{0{,}0573t}$ beskriver hur antalet bakterier förändras per gram så kommer dess primitiva funktion $F(t)$ att beskriva antalet bakterier som finns per gram.

$$F(t) = \frac{5{,}73e^{0{,}0573t}}{0{,}0573} + C$$

Vid tillagning, då $t = 0$, finns det 100 bakterier/g lax

Alltså är $F(0) = 100$.

$$100 = \frac{5{,}73\,e^{-0{,}0573\cdot 0}}{0{,}0573} + C \Rightarrow C = 100 - \frac{5{,}73e}{0{,}0573} = 100 - 100e$$

$$C = 100 - 100e \Rightarrow F(t) = \frac{5{,}73e^{0{,}0573t}}{0{,}0573} + 100 - 100e =$$

$$= 100e^{0{,}0573t} + 100 - 100e$$

Om gränsen är 100000 bakterier så kommer $F(t) = 100000$ när det blir farligt att äta laxen.

$$F(t) = 100000 = 100e^{0{,}0573t} + 100 - 100e \Rightarrow 1000 = e^{0{,}0573t} + 1 - e$$

$$999 + e = e^{0{,}0573t}$$

$$\ln(999 + e) = 0{,}0573t \Rightarrow t = \frac{\ln(999+e)}{0{,}0573} \approx 121 \text{ min}$$

<u>Svar</u>: Det tar c:a 121 min innan laxen gör en matförgiftad.

Kommentar: Elevlösningen visar insikt om att antalet bakterier som funktion av tiden ges av $f(x) = \frac{5{,}73e^{0{,}0573t}}{0{,}0573} + C$. Lösningen tar hänsyn till att antalet bakterier är 100 då $t = 0$ men bestämningen av konstanten är felaktig. När det gäller kommunikation är elevlösningen lätt att följa och förstå eftersom funktionsbeteckningar är tydligt definierade, resonemangen kring bestämning av primitiv funktion och konstanten C är utskrivna och symboler används korrekt, med god anpassning till syfte och situation. Sammantaget ges elevlösningen en begrepps-, en problemlösnings- och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 4 (1 A_B och 2 A_{PL})

$y = C \cdot a^t$

t = antal år
$C = 100$ = startmängd
a = förändringsfaktor

$v = \frac{\text{antal bakterier}}{\text{min}}$

$v(t) = N'(t) \rightarrow V(t) = 5{,}73 \cdot e^{0{,}0573t}$ eftersom funktionen har en hastighet bakterier/g/min

primitiv till $v(t) = N(t)$ $\rightarrow N(t) = \frac{5{,}73 \cdot e^{0{,}0573t}}{0{,}0573} + C$

N = antal bakterier

$N(t) = 100 \cdot e^{0{,}0573t} + C$ $\quad e^{0{,}0573} = a$ = förändringsfaktorn

$N(t) = 100 \cdot 1{,}05897^t + C$ $\quad N(0) = 100$ alltså måste $C = 0$

$100\,000 = 100 \cdot 1{,}05897^t$

$1000 = 1{,}05897^t$

$t = 120{,}55 \approx 120$ min

Svar: 120 min tar det innan det finns 100 000 st bakterier/g i laken.

Kommentar: Elevlösningen visar en metod för att bestämma tiden. När det gäller kommunikation så anses inte elevlösningen vara lätt att följa och förstå. Det beror främst på byte av funktionsbeteckning i inledningen, att *C* används med två olika betydelser och att det inte visas hur slutekvationen löses. Sammantaget ges elevlösningen en begreppspoäng och två problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 24a

Elevlösning 1 (1 A_M)

a) $D = 1 \cdot x + 40 \cdot 30 \cdot 0{,}98^x$

Kommentar: Elevlösningen innehåller faktorn $30 \cdot 0{,}98^x$ och uppfyller därmed kraven för en modelleringspoäng på A-nivå.