

367 uppgifter i Matematik 1b

med tydliga videoförklaringar

Detta dokument är inte snyggt. Men det finns tydliga videoförklaringar till samtliga uppgifter på vidma.se/np1. Uppgifterna är dessutom sorterade efter område.

Numreringen kommer inte att fortsätta stämma överens helt med Vidma, för när uppgifter läggs till på hemsidan ändras numreringen där automatiskt.

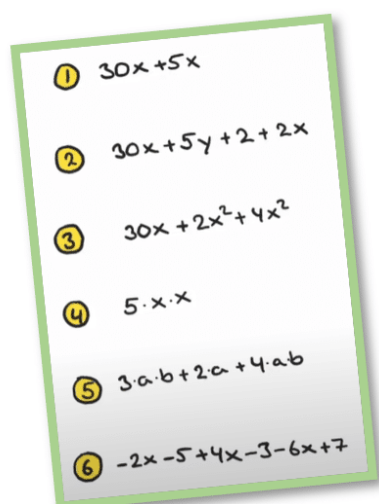
Innehåll

- **Algebra**
 - Uttryck
 - Faktorisering (bryta ut)
 - Ställa upp eller tolka uttryck
 - Linjära ekvationer
 - Potensekvationer
 - Formler
 - Olikheter
 - Problemlösning med algebra
 - Potenser och rötter
- **Procentuell förändring**
 - Grunder i procent (förkunskaper)
 - Förändringsfaktor och upprepade förändringar
 - Index och KPI
 - Lån, ränta och amortering
- **Funktioner**
 - Tolka grafer
 - Råta linjens ekvation
 - Funktionsbegreppet $f(x)$
 - Exponentialfunktioner
 - Olikheter i planet
- **Sannolikhet**
- **Statistik**
 - Statistik och kalkylblad
 - Urval, felmarginal och signifikans
 - Korrelation, kausalitet och felkällor
- **A-uppgifter** från livesändning i Matematik 1.

Algebra

Uttryck

1. Oj, här hittar vi sex olika uttryck att förenkla! Hjälp till.



2.

Bestäm värdet av $4x + 3$ om $x = 3$.

Svar: _____ (1/0/0)



3.

Förenkla uttrycket $x + 3 + 2(3x + 4)$
så långt som möjligt.

Svar: _____ (1/0/0)



4.

Bestäm värdet av $102 - 2x$ om $x = -10$

Svar: _____ (1/0/0)



5.

Förenkla uttrycket $\frac{3a^7}{12a^5}$ så långt som möjligt.

Svar: _____ (1/0/0)



6.

Förenkla uttrycken.

a) $5 + (2x - 3)$

b) $5 - (2x - 3 + y)$

c) $5 - 3(2x + 7)$

d) $5 - 2xy^2(x^2 - 2y)$

3/1/0



7.

Beräkna värdet av $a^3 - 3a$ då $a = 3$

Svar: _____ (0/1/0)



8.

Förenkla uttrycket $3(x + 5) - (x + 1)$
så långt som möjligt.

Svar: _____ (0/1/0)



9. Förenkla uttrycket $2(2a + b) + 3 - (2 + 2b)$ så långt som möjligt. Redovisa din förenkling.



Svar: _____

(1/1/0)

10. Låt $x = -2$ och $y = -5$ och beräkna värdet av uttrycken.



a) $\frac{x^3 + y}{x^2} - xy$

b) $x + y \cdot (2 - x) - 4(2 + y)$

0/4/0

11. Utveckla följande uttryck:



a) $(3x - 5)(x + 8)$

b) $(x - 4)^2$

2/0/0

12. Utveckla och förenkla uttrycket så långt som möjligt.



$$(2x - xy)(2x - y)$$

1/0/0

13. Förenkla uttrycket så långt som möjligt:



$$10 - (x + 2)(x - 3)$$

0/2/0

14. Förenkla uttrycket nedan så långt som möjligt.



$$5 - 5(5 + x)(5 - x)$$

1/1/0

15. Vilka av dessa uttryck har alltid samma värde som $2b(2b - 4)$?



A. $2b^2 - 8b$

B. $4b^2 - 8b$

C. $-4b(2 - b)$

D. $\frac{4b^2 - 8b + 10}{10}$

E. $(2b - \sqrt{8b})(2b + \sqrt{8b})$

Motivera med beräkningar för varje uttryck.

1/1/1

16. Beräkna värdet av uttrycket om $x = -2$ och $y = 3$.



$$-3x^2 + \frac{x}{y} \cdot (x - y)$$

0/2/0

17. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt:



a) $\frac{x^3 \cdot x}{2}$

1/0/0

b) $4 - 2(2s + 1) + (4s - s^2)$

1/0/0

c) $\frac{1+x}{x} - \frac{x+2}{2} + \frac{2x^2}{4x}$

1/1/0

d) $\sqrt{\frac{a^{100+4x}}{(a^9)^4}}$

0/1/1

18. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.



$$\frac{2x}{5} \cdot \frac{1}{x} + \frac{2}{x}(4x + 2x^2)$$

0/1/1

19. Förenkla uttrycket så långt det går.



$$\frac{\frac{4x + 3}{3} + x}{\frac{3}{x}}$$

0/0/2

20. Beräkna uttryckets värde om $a = 4$ och $b = -3$.



$$\frac{a - b}{a} + b^2 \cdot a - (b - a) + 4^0$$

0/0/2

Faktorisering (bryta ut)

1.

Faktorisera uttrycket $5x + 25$ genom att bryta ut största möjliga faktor.

Svar: _____ (1/0/0)



2.

Skriv ett uttryck i den tomma parentesen så att likheten gäller.

$$3(4x - 10) = 2(\quad)$$

(0/1/0)



Ställa upp eller tolka uttryck

1.

Variabeln x står för ett tal. Skriv ett uttryck för ett annat tal som är 5 mer än hälften av talet x .

Svar: _____ (1/0/0)



2.

Bestäm ett uttryck för $a - 5$ om $a = b + 2$

Svar: $a - 5 =$ _____ (1/0/0)



3.

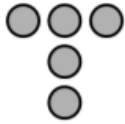
$n - 3$ är ett udda heltal. Vilket av följande uttryck ger närmast större udda heltal? Ringa in ditt svar.

$n - 5$ $n - 2$ $n - 1$ n $n + 1$

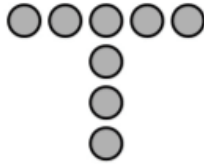
(0/1/0)



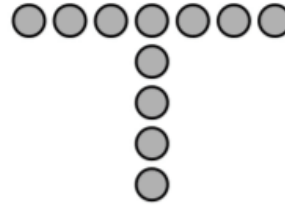
4. Bilden visar tre figurer som består av prickar. Figureerna bildas enligt ett mönster. Fler figurer kan bildas enligt samma mönster.



Figur 1



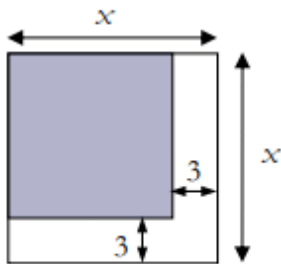
Figur 2



Figur 3

- a) Hur många prickar har Figur 4? _____ (1/0/0)
- b) Bestäm ett uttryck för antalet prickar i Figur n .
_____ (0/1/0)

5. Skriv ett uttryck för den skuggade arean.



Svar: _____ (0/0/1)

6. Skriv $2a + b$ uttryckt i a om

$$a + b = 2$$

Förenkla så långt som möjligt.

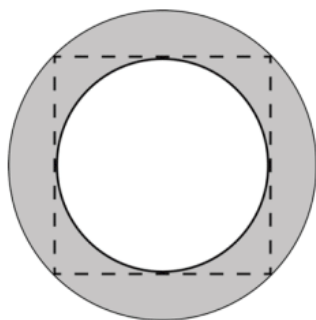
Svar: _____ (0/0/1)

7. 15 % av a är lika med b . Skriv 30 % av $3a$ uttryckt i b . Redovisa din lösning i rutan.



Svar: _____ (0/1/1)

8. Figuren visar en mindre cirkel som är inskriven i en kvadrat, som i sin tur är inskriven i en större cirkel. Bestäm ett exakt uttryck för det skuggade områdets area då den mindre cirkelns radie är r . Förenkla uttrycket så långt som möjligt.



(0/0/3)

Linjära ekvationer

1. Lös ekvationen och svara exakt.

$$3x = 7$$

1/0/0



2. Lös ekvationen.

$$\frac{x}{4} + 1 = 9$$

1/0/0



3. Lös ekvationen $15,8 = 2x - 7,2$
Redovisa din lösning.

Svar: $x =$ _____ (2/0/0)



4. Lös ekvationerna.

- a) $5 - x = 8$
b) $3 - 2x = 4$

2/0/0



5. Lös ekvationen $9x + 102 = 103$

Svar: $x =$ _____ (1/0/0)



6. Fia har fått ekvationen $\frac{20}{x} = 5$ av sin lärare. Hon tittar några sekunder på den och säger att: "svaret är 4, det ser man ju".

Hennes lärare ber nu att hon ska visa hur man kan räkna sig fram till att detta är lösningen, steg för steg (balansmetoden), för att träna. Hur ska hon göra då?

1/0/0



7. Lös ekvationerna och svara exakt.



a) $4 + x = 6 - x$

b) $2x + 6 = 5x - 1$

2/0/0

8. Lös ekvationerna.



a) $\frac{x}{2} + 3 = \frac{3x}{2}$

b) $-2x = -3x + 1$

2/0/0

9. Lös ekvationerna.



a) $\frac{x+1}{5} = 8$

b) $\frac{4}{x} + \frac{2}{x} = 3$

1/1/0

10. Utgå från uttrycket $3(x + 4) - (8 + x)$
Bestäm x så att uttryckets värde blir 3. (1/1/0)

11. Lös ekvationerna.



a) $9(x + 1) = 2$

b) $\frac{1}{x+1} = 2$

1/1/0

12. Lös ekvationen $2(4x + 1) = 4(2 - x)$
Redovisa din lösning i rutan.



Svar: $x =$ _____

(1/1/0)

13.

$$\text{Lös ekvationen } (2x - 5)(x + 3) = 2x^2 - 9$$

(0/2/0)



14. Lös ekvationerna, svara exakt:

a) $-3x + 5 = 2,5x - 2$

1/0/0

b) $1 - 3(x + 2) = 11$

0/1/0

c) $\frac{1}{2x} - \frac{x}{2} = 4x$

0/0/2



15. Lös ekvationen:

$$\frac{2p}{2} + \frac{p-4}{2} - \frac{2p+1}{2} = 10$$

0/1/1

16. Oskar, Krister och Fredrik har alla löst samma ekvation.
Bara en lösning är korrekt.

Oskar	Krister	Fredrik
$3x - 2(5 - x) = 2x + 5$	$3x - 2(5 - x) = 2x + 5$	$3x - 2(5 - x) = 2x + 5$
$3x - 10 + x = 2x + 5$	$3x - 10 + 2x = 2x + 5$	$3x - 10 - 2x = 2x + 5$
$2x = 15$	$3x = 15$	$3x = 15$
$x = 7,5$	$x = 5$	$x = 5$



a) Vem har löst ekvationen korrekt?

Svar: _____

(1/0/0)

b) Vilka fel finns i de andra två lösningarna?

(1/1/1)

17. Vilket av talen a , b , c , d eller e kan inte vara lika med noll för att följande likhet ska gälla?



$$a(b(c + d) + e) = 125$$

Svar: _____

(0/1/0)

18. Lös ekvationen $\frac{3x+1}{4} - \frac{2x+3}{3} = 2$



Redovisa din lösning.

Svar: $x =$ _____ (0/2/0)

19. Förenkla uttrycket så långt det går.



$$\frac{\frac{4x+3}{3} + x}{\frac{3}{x}}$$

0/0/2

20. Beräkna uttryckets värde om $a = 4$ och $b = -3$.



$$\frac{a-b}{a} + b^2 \cdot a - (b-a) + 4^0$$

0/0/2

25. Lös ekvationen.



$$\frac{4}{2x} + 1 + \frac{1}{3x} = \frac{1}{6}$$

0/0/2

26. Lös ekvationen.



$$\frac{3}{2x} + \frac{1}{7x} - \frac{1}{3} = \frac{1}{14x}$$

0/0/2

Potensekvationer

1. Lös potensekvationerna.



a) $x^2 = 9$

b) $x^3 = 8$

c) $x^4 = 16$

d) $2x^4 + 4 = 36$

4/0/0

2. Nedan syns ett antal ekvationer. Bestäm hur många lösningar respektive ekvation har, samt bestäm dessa lösningar.



a) $x^2 = 9$

b) $x^2 = -9$

c) $x^3 = 8$

d) $x^3 = -8$

e) $x^4 = 10000$

5/0/0

3.



Lös ekvationen $4x^3 = 32$

Svar: $x =$ _____ (1/0/0)

Formler

1. Maximala antalet pulsslag per minut, P , kallas maxpuls. Maxpuls kan enligt en modell beräknas med formeln

$$P = 220 - \text{personens ålder}$$

Filip har en maxpuls på 190.

Harald är hälften så gammal som Filip.

Vilken maxpuls har Harald enligt modellen?

Svar: _____ pulsslag/min (2/0/0)



2. Familjen Josefssons diskmaskin har gått sönder. De ringer en tekniker för att få den lagad. Teknikern tar betalt med en fast avgift på 300 kr samt en avgift per timme. Teknikern arbetar i 3 timmar och den totala kostnaden blir 1 440 kr.

Skapa en formel där y beskriver den totala kostnaden i kronor för x antal arbetade timmar.

(2/0/0)

3. Ett barns ungefärliga sömnbehov kan beräknas med formeln

$$S = 15 - \frac{n}{2}$$

där S är antalet timmars sömn per dygn och n är barnets ålder i år.

Nicole är 6 år. Hur många timmars sömn behöver hon enligt formeln?

Svar: _____ timmar (2/0/0)



4. För en bil med bra däck och bromsar kan den ungefärliga bromssträckan på torr asfalt beräknas med formeln

$$s = \frac{v^2}{200}$$

där s är bromssträckan i meter och v är hastigheten i km/h.

Hur mycket längre blir bromssträckan enligt formeln om man kör i hastigheten 70 km/h jämfört med om man kör i hastigheten 50 km/h? (2/1/0)



5. Lös ut y från formeln nedan.

$$2y + 4x - 10 = 0$$

1/0/0



6. Lös ut x från formeln nedan.

$$y = 7x - 3$$

1/0/0



7. För sidorna a , b och c i en rätvinklig triangel gäller

Pythagoras sats $a^2 + b^2 = c^2$

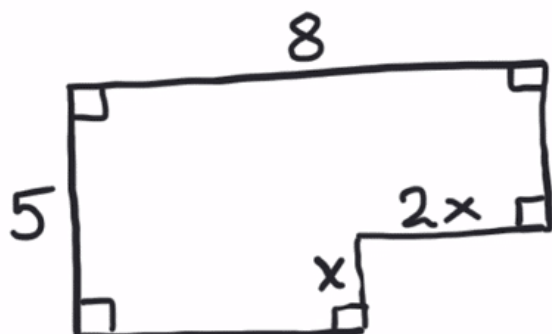
För rätvinkliga trianglar gäller Pythagoras sats.
Lös ut a från formeln.



1/0/0



8. Skriv en formel för figurens area.



0/1/0



9. På formelbladet finns formeln för att beräkna arean av ett parallelltrapets:



$$A = \frac{h(a+b)}{2}$$

- a) Beräkna höjden h för ett parallelltrapets som har arean 20 cm^2 och där $a = 3 \text{ cm}$ och $b = 5 \text{ cm}$.

2/0/0

- b) Skriv om formeln så att den kan användas för att direkt kunna beräkna höjden h om man vet arean A , samt sidorna a och b .

0/1/0

- c) Visa att denna formel är korrekt även om parallelltrapetsen har formen av en kvadrat.

0/2/0

10. Volymen på en kon kan beräknas med formeln $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$.

Lös först ut r ur formeln och beräkna *därefter* radien för en kon som har volymen 262 cm^3 och höjden 10 cm .

1/1/0

11. En kvadrat har sidan s och arean A .
Vilken av likheterna är sann? Ringa in ditt svar.



$s = A^2$

$s = \sqrt{A}$

$s = 4A$

$s = \frac{A}{4}$

$\sqrt{s} = A$

(0/1/0)

12. På en ö i Karibien betalar man inkomstskatt (S) i dollar. Skatten beräknas med formeln $S = 0,05(I - 350)$ där I är årsinkomst i dollar.

- Hur mycket skatt betalar Mrs Woof om hon under ett år tjänar 510 dollar?
- Vilken årsinkomst har Mr Morie om han betalar 50 dollar i årlig inkomstskatt?
- Förklara med egna ord vad formeln innebär.
- Hur skrivs formeln för inkomstskatt om alla på ön dessutom måste betala en extraskatt på 100 dollar. *Endast svar krävs.*

2/3/0

13. Storleken på en cykel bestäms av sadelrörets längd. För att veta vilken storlek på cykel man ska ha, kan man mäta innerbenlängden på den person som ska använda cykeln. Man kan sedan beräkna lämplig storlek på cykeln på två olika sätt



formel A: $y = x - 23$

formel B: $y = \frac{2x}{3}$

där x är innerbenlängden i cm och y är sadelrörets längd i cm. Formlerna gäller för innerbenlängder mellan 30 cm och 90 cm.

- Mika ska köpa en cykel och han har innerbenlängden 63 cm. Beräkna med formel A respektive formel B vilken längd Mika ska ha på sadelröret. *Endast svar krävs.*

(2/0/0)

- Vilken innerbenlängd ger samma längd på sadelrör med de båda formlerna?

(0/2/2)



14.

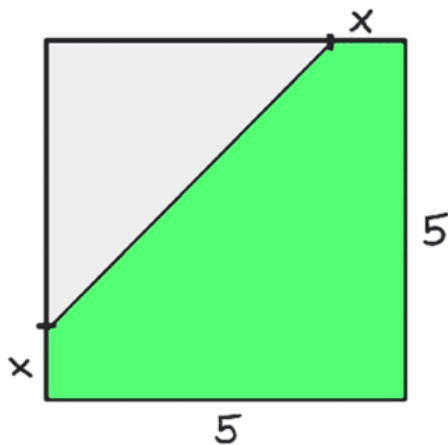
Volymen av en kon kan bestämmas med formeln $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$.



- Skriv om denna formel så att vi istället får en formel för att beräkna höjden h .
- Lös ut radien r från formeln.

0/2/0

15. Skriv en formel för det gröna områdets area.



0/0/1

-
16. Aron tränar löpning och vill beräkna sin uppskattade maxpuls. Maxpulsen ändras när man blir äldre. Med hjälp av följande formler kan man beräkna maxpulsen för en person vid en viss ålder.

Formel A: $y = 220 - x$

Formel B: $y = 210 - \frac{x}{2}$

där y är maxpulsen i antal slag/min och x är åldern i år.

- a) Aron är 16 år. Beräkna Arons maxpuls enligt de båda formlerna. (1/0/0)
- b) Vid vilken ålder ger de båda formlerna samma maxpuls? (0/2/1)
-

17. Energibehovet hos hundar kan beräknas med två olika formler.

Formel 1: $y_1 = 70x^{0,75}$

Formel 2: $y_2 = 30x + 70$

där y_1 och y_2 är energibehovet i kcal/dygn för en hund som väger x kg.

Hur många procent lägre energibehov ger formel 1 jämfört med formel 2 för en hund som väger 40 kg? (0/2/0)

18. William läste i en dagstidning om något som kallas Happy Planet Index, HPI. HPI påstår sig mäta i vilken utsträckning länder ger förutsättningar för hållbar utveckling samtidigt som det tar hänsyn till invånarnas välmående och livslängd.

HPI beräknades med formeln
$$HPI = \frac{F \cdot U \cdot 0,642}{E + 3,35}$$
 där

F = Förväntad livslängd i år

U = Välmående på en skala från 0–10

E = Ekologiskt fotavtryck i globala hektar per person

Land (i urval)	Förväntad livslängd (år)	Välmående (0–10)	Ekologiskt fotavtryck (g ha/person)	HPI
Kina	● 72,5	● 6,7	● 2,1	57
Indien	● 63,7	● 5,5	● 0,9	53
Tyskland	● 79,1	● 7,2	● 4,2	48
USA	● 77,9	● 7,9	● 9,4	31

Färgförklaring
 ● God ● Medelgod ● Dålig

Källa: *Happyplanetindex.org*

- a) Enligt tidningsartikeln har Costa Rica högst HPI-värde i världen. Den förväntade livslängden är 78,5 år i Costa Rica. Beräkna Costas Ricas HPI-värde då välmående har värdet 8,5 och ekologiskt fotavtryck 2,3. (2/0/0)
- b) Sverige har ett HPI-värde på 48. Förväntad livslängd är 80,5 år. Vårt ekologiska fotavtryck är 5,1. Vilket värde på välmående har vi i Sverige? (1/1/0)
- c) Trots att Tyskland har en lägre förväntad livslängd och ett lägre värde på välmående har de samma HPI som Sverige. Förklara hur värdet för ekologiskt fotavtryck påverkar värdet för HPI. (1/1/0)

19. Infusioner (eller dropp) används för att ge vätska och medicin till patienter. Sjuksköterskorna måste kunna beräkna dropphastigheten, D , i droppar per minut.



De använder formeln $D = \frac{d \cdot v}{60 \cdot n}$ där

d är droppfaktorn mätt i droppar per milliliter,
 v är infusionens volym i milliliter och
 n är antalet timmar som droppet måste sitta i.



- a) En sjuksköterska vill fördubbla den tid droppet sitter i. Beskriv exakt hur D förändras om n fördubblas samtidigt som d och v inte förändras. Skriv ditt svar i rutan.

Svar:

(0/2/0)

- b) Sjuksköterskor måste också beräkna infusionens volym, v , från dropphastigheten, D .

En infusion med en dropphastighet på 50 droppar per minut måste ges till en patient under 3 timmar. För den här infusionen är droppfaktorn 25 droppar per milliliter.

Vad har infusionen för volym i milliliter (ml)?

Svar: _____ ml

(0/0/1)

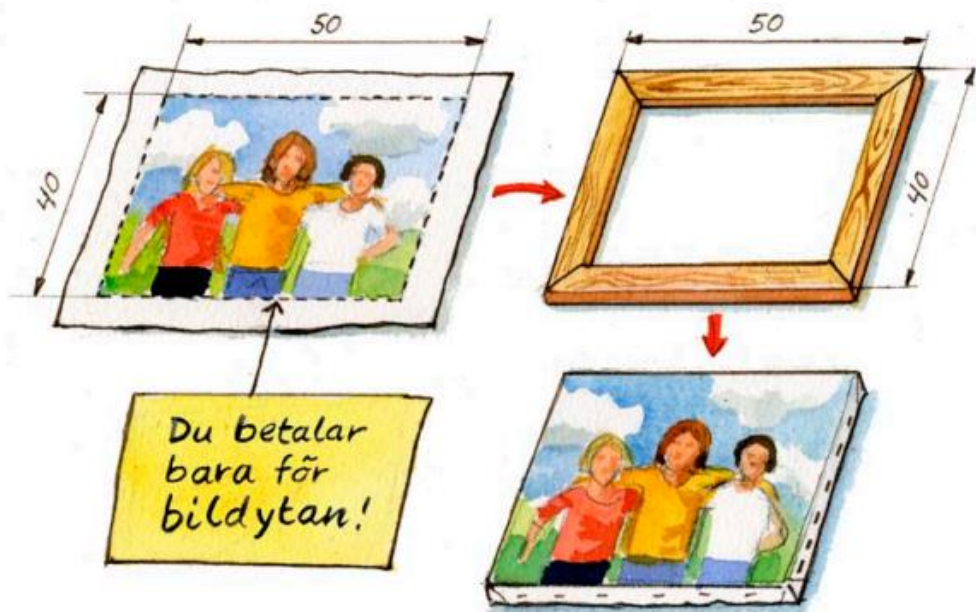
20. $A = \frac{B}{B+1}$ där B är ett positivt tal.



Blir A större eller mindre om B dubblas?
Motivera ditt svar.

Svar: _____ (1/1/1)

21. I en fotoaffär trycker man rektangulära bilder på målarduk och monterar därefter bilden på en träram. Träramen kostar 0,45 kr/cm. Målarduk med tryck kostar 0,12 kr/cm² och kostnad för montering är 169 kr för alla ramstorlekar.



- a) Yasmin vill trycka en bild och få den monterad. Hon vill ha bilden 50 cm lång och 40 cm bred. Vad blir kostnaden? (1/2/0)
- b) För att beräkna priset på monterade bilder behöver personalen en formel där längd och bredd ingår. I priset ska ingå målarduk med tryck, ram och kostnad för montering. Hjälp fotoaffären att göra en sådan formel. (0/2/2)

22. Lös ut x_1 från formeln.

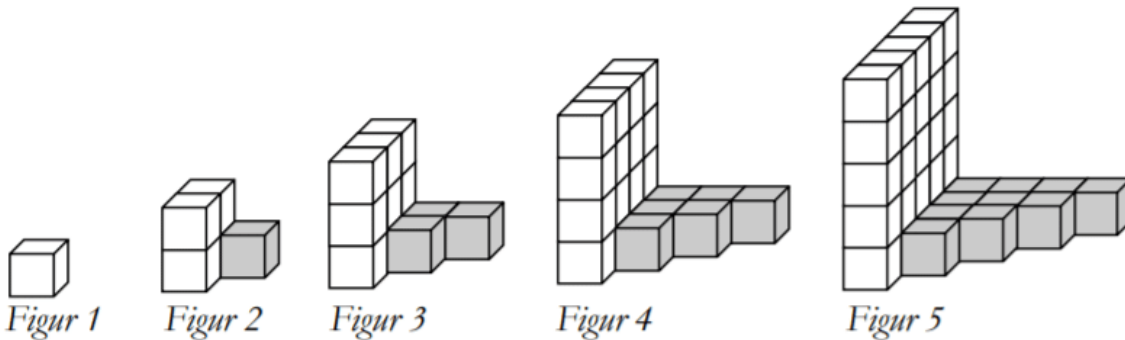


$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

0/1/1

23. 13. **Mönster med kuber**

Li Shanlan var en kinesisk matematiker som levde i mitten av 1800-talet. Han konstruerade regelbundna figurer av små kuber enligt följande mönster:



Figur	Vita kuber	Grå kuber	Totala antalet kuber
1	1	0	1
2	4	1	5
3	9	3	12
4	16	6	22
5		10	

24. I en tidningsartikel presenteras en formel för att beräkna tidsskillnaden i minuter om man kör samma sträcka med två olika hastigheter.

$$t = \left(\frac{1}{h_1} - \frac{1}{h_2} \right) \cdot s \cdot 60$$

där

t är tidsskillnad i minuter

h_1 är genomsnittlig hastighet 1 i km/h

h_2 är genomsnittlig hastighet 2 i km/h

s är sträcka i kilometer

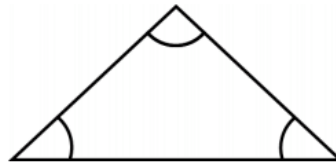
Kim kör bil till jobbet. Till Kims jobb är sträckan 20 km.

a) Använd formeln för att beräkna tidsskillnaden i minuter om Kim ena dagen kör i den genomsnittliga hastigheten 80 km/h och den andra dagen istället kör i den genomsnittliga hastigheten 90 km/h till jobbet. (1/1/0)

b) Kim jämför två andra dagars resor till jobbet. Den ena genomsnittliga hastigheten var dubbelt så hög som den andra på grund av trafiken. Tidsskillnaden för resorna till jobbet var 12 min. Vilka genomsnittliga hastigheter körde Kim med de två dagarna? (0/1/2)



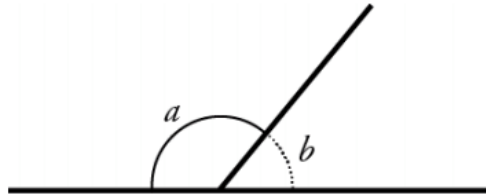
Summan av *innervinklarna* i en triangel är 180°



a och b är sidovinklar

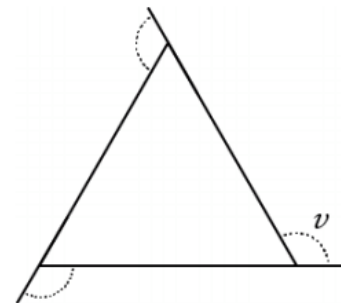
a och b är tillsammans 180°

$$a + b = 180^\circ$$



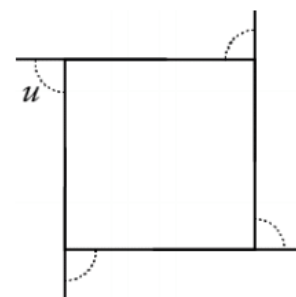
Vinkeln v är en *yttervinkel* till en liksidig triangel (se figur).

- Hur stor är vinkeln v ?
- Hur stor är summan av yttervinklarna till triangeln?



Vinkeln u är en *yttervinkel* till en kvadrat (se figur).

- Hur stor är summan av yttervinklarna till en kvadrat?



Olikheter

1. Vilket värde på x uppfyller *inte* villkoret $2x + 1 > 5$?
Ringa in ditt svar.



7 5 4 3 2

(2/0/0)

2. Lös följande olikhet:

$$2x + 1 > 5$$

1/0/0



3. Lös olikheten $-4x - 10 < 90$

Svar: _____ (0/1/0)



4. Lös följande olikhet:

$$5 - 2x \leq 13$$

1/0/0



5. Rita fyra tallinjer och markera olikheterna på dem:

- a) $x < 2$
- b) $x \leq 2$
- c) $x > 2$
- d) $x \geq 2$

2/0/0



6. Lös olikheterna.

a) $2x + 1 < 13$

b) $-2x + 1 < 13$

1/1/0



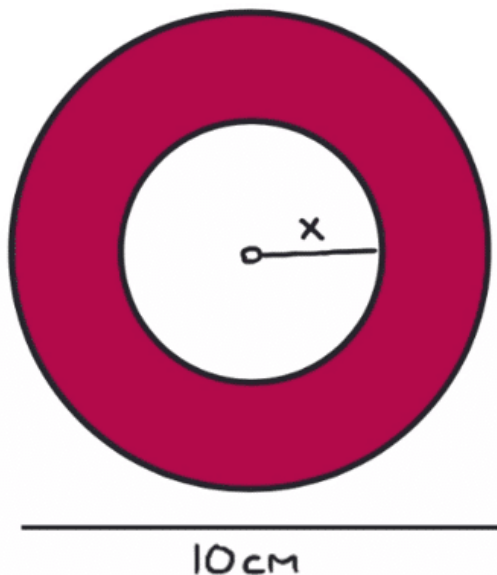
7. Ange ett möjligt värde i decimalform på x då:

$$\sqrt[3]{64} < x < \sqrt[3]{125}$$

Svar: _____ (0/1/0)



8.



Bestäm möjliga värden på x om den markerade arean som mest får vara 40 cm^2 .

Kommentar: I videoförklaringen används tecknet $<$ men eftersom värdena blir avrundade kan tecknet \lesssim användas. Jag har aldrig sett detta användas inom gymnasiet dock. /Jonas

0/0/2

9.

Bestäm värdet på a så att olikheten $2x - a < 5$ har lösningen $x < 7$

Svar: _____ (0/0/1)



Problemlösning med algebra

1. En triangel har tre vinklar: A, B och C.

Vinkel B är dubbelt så stor som vinkel A. Vinkel A är i sin tur 10° större än vinkel C.

Hur stora är vinklarna?

2/0/0



2. Moa är 12 år äldre än Kalle. Anna är dubbelt så gammal som Kalle. Tillsammans med lilla Pelle som är 9 år, är deras sammanlagda ålder tre gånger så stor som Moas ålder.

Hur gamla är var och en av personerna?

2/0/0



3. Volymen på en kon är 262 cm^3 . Höjden är 10 cm. Hur stor radie har konens basyta?

2/0/0

4. Moa och Frida har sparat pengar i fonder, lika länge. Moa satte in dubbelt så mycket som Frida och Moas fonder har sedan dess ökat i värde med 5 %. Fridas fonder har ökat i värde med 15 % under samma period.

Nu är fonderna tillsammans värda 9750 kronor och ingen har satt in eller tagit ut pengar under perioden.

Hur mycket satte de in?

1/1/0

5. Elin köpte en lägenhet för 8 år sedan som då kostade 150 000 kronor. Nu har värdet ökat med 900 000 kronor.

Hur stor är den genomsnittliga procentuella årliga ökningen?

0/2/0



6. Företag A har från början dubbelt så många anställda som Företag B. Företag B "stjäl" nu 10 medarbetare från Företag A och därefter har Företag B två fler anställda än Företag A.

Hur många anställda har varje företag nu efteråt?

0/2/0



7. En triangel har vinklarna A , B och C .
Vinkel B är 72 % mindre än vinkel A .
Vinkel C är 60 % större än vinkel A .
Bestäm triangelns vinklar. (0/3/0)

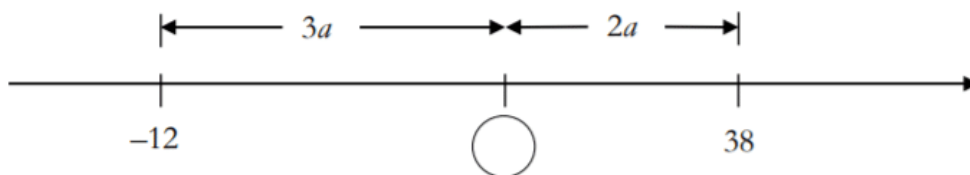
8. Vilket tal ska stå i den tomma rutan i tabellen?



x	xy	xy^2
2	-10	

Svar: $xy^2 =$ _____ (0/0/1)

9. Vilket tal ska stå i cirkeln? Redovisa din lösning i rutan.



Svar: _____ (0/1/1)

- 10.

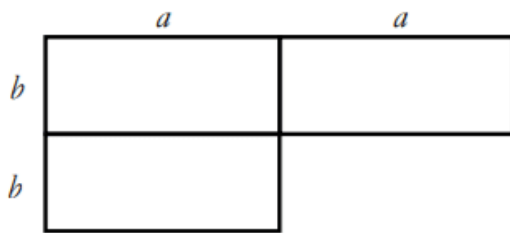
REA!
Billiga golvplattor!
Hel låda (50 st) kostar 299:-
och räcker till $2,25 \text{ m}^2$

The diagram shows six rectangular tiles of different sizes and orientations arranged in a larger rectangle. There are three horizontal tiles at the top, and three vertical tiles at the bottom. The tiles are arranged in a way that they fit together perfectly.

Bilden visar sex golvplattor i ett mönster.
Vilka mått (längd och bredd) har en av dessa plattor?

(1/2/2)

11. Figuren visar ett område som är sammansatt av tre rektanglar. Både a och b är *positiva heltal* och de anger längd på sidorna.



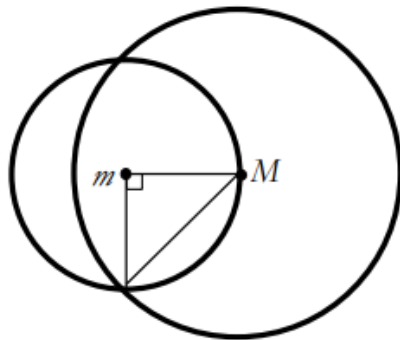
- a) Skriv ett uttryck för hela områdets omkrets. *Endast svar krävs.* (1/0/0)
- b) Undersök storleken av hela områdets area om dess omkrets är 28 meter. (0/2/3)

12. Talet x ligger någonstans mellan talen 17 och 23. x är $p\%$ större än 17 och $p\%$ mindre än 23. Bestäm x .

(0/0/3)

13. Visa att den stora cirkeln har dubbelt så stor area som den lilla cirkeln. M är mittpunkten i den stora cirkeln och m är mittpunkten i den lilla cirkeln.

(0/2/2)



14.

Lek med tal

- Tänk på ett tvåsiffrigt positivt heltal.
- Beräkna siffersumman.
- Subtrahera siffersumman från det tal du tänkte på.

Exempel

Jag tänker på talet 68
Siffersumman blir $6+8=14$
 $68-14=54$. Svar = 54

→ Tänk på ett nytt heltal och gör talleken.

→ Upprepa undersökningen med nya tal tills du upptäcker vad svaren har gemensamt. Vad har talen (svaren) gemensamt?

→ Visa att din upptäckt gäller för alla tvåsiffriga positiva heltal.
Ledning: Värdet av det tvåsiffriga talet ab skrivs $10 \cdot a + b$

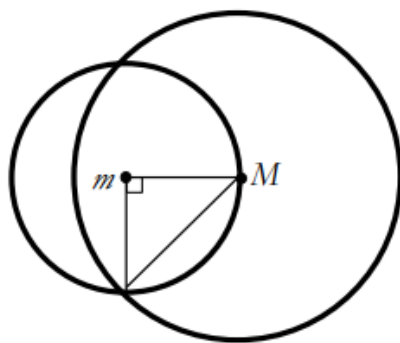
→ Undersök om upptäckten även stämmer för tresiffriga positiva heltal.

(3/5/4)

15.

Visa att den stora cirkeln har dubbelt så stor area som den lilla cirkeln. M är mittpunkten i den stora cirkeln och m är mittpunkten i den lilla cirkeln.

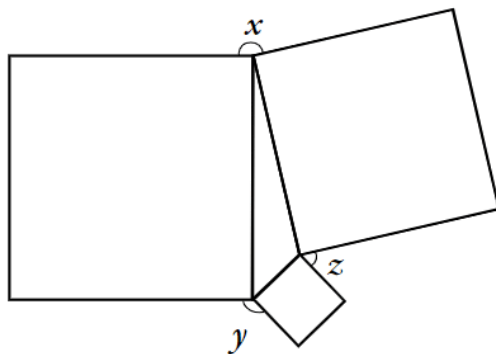
(0/2/2)



16.

I en triangel är kvadrater ritade utifrån triangels sidor, se figur. Visa att $x + y + z = 360^\circ$.

(0/2/2)



17. Förhållandet mellan bredd och höjd på ett A4-papper är $1:\sqrt{2}$
För att få ett papper i format A5 kan man dela ett A4-papper på mitten.
Visa att förhållandet mellan bredd och höjd även på ett A5-papper är $1:\sqrt{2}$ (0/0/2)

Potenser och rötter

1. Beräkna värdet på följande uttryck utan räknare.



- $\sqrt{81}$
- $\sqrt{16}$
- $\sqrt{1}$
- $\sqrt{\frac{49}{4}}$

1/1/0

2. Bestäm kvadratroten ur 0,25.

Svar: _____

(1/0/0)



3. Beräkna värdet på följande uttryck utan räknare.



- a) $\sqrt[3]{8}$
- b) $\sqrt[4]{10000}$

2/0/0

4. Skriv som *en* potens.



a) $x^3 \cdot x$

b) $\frac{x^6 \cdot x^{-2}}{x^2}$

c) $\frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^3}$

2/0/1

5. Går uttrycket att förenkla? Förenkla i så fall uttrycket så långt det går.



$2^x + 3^x$

1/0/0

6. Beräkna utan räknare:



a) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}$

1/0/0

b) $\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{15}}$

1/0/0

7. Skriv som en potens:



a) $\sqrt[3]{a}$

1/0/0

b) \sqrt{x}

1/0/0

c) $(\sqrt{x})^4$

1/0/0

8. Beräkna utan räknare:



a) $4^{\frac{1}{2}}$

b) $25^{0,5}$

c) $27^{\frac{1}{3}}$

3/0/0

9.

Skriv $7^{-4} \cdot (7^2)^3$ som en potens med basen 7.

Svar: _____

(2/0/0)



10.

Lös potensekvationerna.

a) $x^2 = 9$

b) $x^3 = 8$

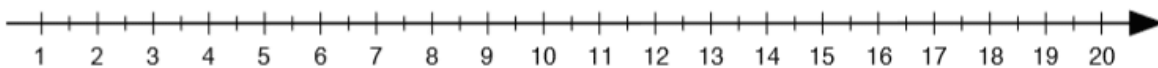
c) $x^4 = 16$

d) $2x^4 + 4 = 36$

4/0/0



11.

Markera talet $\sqrt{10}$ med ett kryss på tallinjen.

(0/1/0)



12.

Förenkla uttrycket så långt det går.

$$\frac{(x^3)^2}{x^2 \cdot x^3}$$

1/1/0



13.

Beräkna utan räknare:

a) $8^{\frac{2}{3}}$

0/1/0

b) $100^{2,5}$

0/1/0



14.

Förenkla uttrycket så långt det går.

$$\frac{(y^2)^3 \cdot y}{(2y)^4 \cdot y^0}$$

1/2/0



15.

Vilket tal ligger exakt mitt emellan 10^2 och 10^4 ?

Svar: _____

(0/1/0)



16.

Bestäm x.

$5x^{-1} = 2$

0/1/0



17. Uttrycket $\frac{2 \cdot x^4}{\sqrt{x}}$ kan skrivas på formen $2x^a$. Bestäm värdet på exponenten a om det är ett tal skrivet i bråkform.

0/2/0



18. Beräkna

$$1^{-1} + 2^{-1} + 4^{-1} + 8^{-1} + 10^{-1}$$

0/1/1



19. Uttrycken nedan har samma positiva värde på a .
Vilka tal ska stå i rutorna så att likheterna stämmer?

$$a^{\frac{1}{3}} = \square \quad a^{\frac{2}{3}} = 9 \quad a = \square$$

(0/0/1)



20. Beräkna $3^{15} + 3^{15} + 3^{15}$ och svara i potensform.

0/0/1



21. Beräkna

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3}$$

0/0/2



22. Vilket är störst, 8^{80} eller 2^{200} ?

Motivera med uträkningar!

0/0/2



23. Bestäm n om $2^4 \cdot 3^8 = 9^n \cdot 6^4$

Svar: $n =$ _____ (0/0/2)



24. Skriv $\sqrt{a^6} \cdot \sqrt{a^6}$ som en potens med basen a .

Svar: _____ (0/0/1)



25. Uppgifter från Origo 2b



4212 Förenkla

a) $\frac{x^5 - 3x^4}{x - 3}$

b) $\frac{8^{4x}}{32^x}$

4213 Förenkla

a) $\frac{(3^x + 3^x + 3^x)^2}{9^x}$

b) $\frac{4^{2x} - 3^{4x}}{4^x + 3^{2x}}$

4214 Lös ekvationen

$$11 \cdot 12^x = 12^{15} - 12^{14}$$

26. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.



a) $\frac{x^{\frac{5}{3}}}{x}$

b) $\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{x}}$ (svara med bråkuttryck)

2/1/1

27. En svår fråga som kräver en tydlig motivering av dig... Hjälp till!



Vilken potens har
störst värde?
 8^{100} eller 16^{70} ?

0/0/1

28. Felicia påstår att 2^{250} är större än 30^{50} . Är det sant?



0/0/2

29. Förenkla uttrycket så långt det går.



$$\frac{8^{4x}}{32^x}$$

0/0/2

30. En svår fråga om potenser. Motivera tydligt med beräkningar!



Vilken potens har störst värde,
 2^{300} eller 3^{200} ?

0/0/2

31. Lös ekvationen:



$$\sqrt[3]{x \cdot \sqrt{x}} = 7$$

0/0/2

32. Förenkla uttrycket så långt som möjligt:



$$\frac{4^m + 4^m \cdot 4^m + 4^m}{4^m}$$

0/1/1

33. Förenkla uttrycket $3^{\frac{n}{2}-1} + 3^{\frac{n}{2}-1} + 3^{\frac{n}{2}-1}$ så långt som möjligt.



_____ (0/0/1)

34. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.



a) $\frac{x^{\frac{3m}{7}}}{x^{\frac{2m}{7}}}$

b) $\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{x} + \sqrt{x}}$

0/1/1

35. Förenkla uttrycket så långt som möjligt.



$$\left(\left(\frac{(\sqrt[3]{a})^4}{\sqrt{a^2 + a^2 + a^2}} \right)^{\left(\frac{1}{2a} \right)} \right)^{a^3 \cdot \sqrt[6]{a}}$$

0/0/4

(Svårare än vad som förväntas komma på ett nationellt prov).

Procentuell förändring

Grunder i procent (förkunskaper)

1. Följande skylt finns i en affär:



Hur stor är rabatten i procent?

(1/0/0)

2. Moms på sport- och fritidsartiklar är 25 procent av priset utan moms. Maria fick följande kvitto då hon köpte tennisbollar.



Det är inte något fel på kvittot. Förklara varför momsbeloppet blir 20 kr.

(1/1/0)

3. Erik som går på Hotell- och turismprogrammet och Sara som går på Estetiska programmet studerar ett diagram om arbetsplatsolyckor.

Erik påstår att det är större risk att bli skadad inom branschen hotell och restaurang än inom branschen kultur, nöje och fritid. Sara säger att det inte stämmer. Vem har rätt? Motivera.

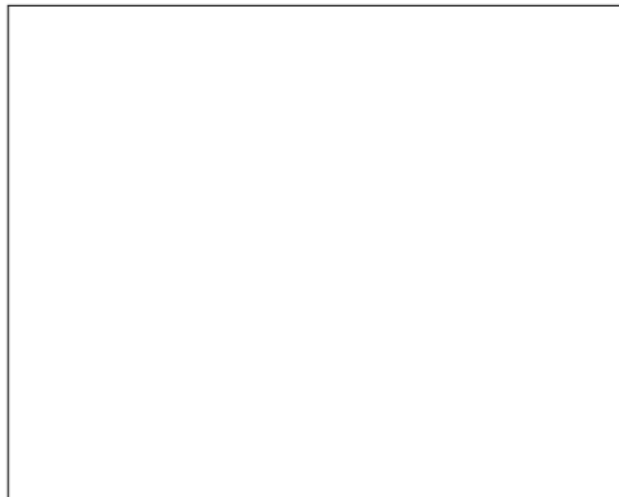
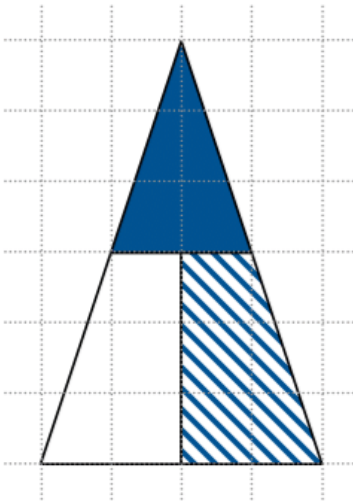
(1/2/0)

Antal arbetsplatsolyckor per bransch 2010

Bransch	Antal sysselsatta	Antal arbetsplatsolyckor
Företag inom jordbruk, skogsbruk och fiske	36 200	331
Byggverksamhet	235 900	2 940
Hotell och restaurang	123 800	500
Fastighetsbolag och fastighetsförvaltare	52 900	295
Vård och omsorg, socialtjänst	173 800	5 239
Kultur, nöje och fritid	50 400	366

Källa: Miljöverket & SCB

4. Hur stor del av hela triangelns area utgör den streckade figuren?
Motivera ditt svar i figuren och i rutan.



(1/1/0)

5. År 2014 var elpriset 27 öre per kWh. Det var 40 % lägre än året innan.
Hur mycket kostade 1 kWh år 2013?

1 kWh = 1 kilowattimme

(0/2/0)

6. När Pelle fick 1,5 % i löneökning blev det 300 kr.
Hur många kronor skulle han ha fått i löneökning
om löneökningen hade varit 4 %?



Svar: _____ kr (0/2/0)

7. Samuel och Vera har ätit middag på en restaurang.
De betalar totalt 800 kr och då är serviceavgiften på 12 % inräknad.
Hur mycket kostade middagen utan serviceavgift?

(0/2/0)

8. Nilo väger n kg och Robin väger r kg. Vilket eller vilka av
alternativen nedan stämmer *alltid* om du vet att $n + 0,2n = r$?
Ringa in ditt/dina svar.



- A: Nilo väger 20 % mer än Robin
- B: Nilo väger 0,2 kg mer än Robin
- C: Nilos vikt är 1,2 gånger Robins vikt
- D: Robin väger 20 % mer än Nilo
- E: Robin väger 0,2 kg mer än Nilo
- F: Robins vikt är 1,2 gånger Nilos vikt

(0/1/1)

9. I en tidningsartikel finns följande information:



Gränsvärdet

Glutenhalten får inte överstiga 20 mg gluten/kg i produkter som är märkta "glutenfritt".

Källa: Galore mars 2019

Bestäm andelen gluten som det högst får finnas i glutenfritt mjöl. Svara i procent.


Svar: _____ % (0/0/1)

10. I en saltvattenlösning med vikten 300 g är 12 % av vikten salt. Hur många gram vatten ska tillsättas för att lösningen istället ska innehålla 8 % salt?

(0/0/2)

Förändringsfaktor och upprepade förändringar

1. Vilken förändringsfaktor innebär en prisökning med 40 %? Svar: _____ (1/0/0) 

2. Vilken procentuell ökning/minskning motsvaras av förändringsfaktorn 0,4? Svar: _____ % (2/0/0) 

3. Eric får 2,1 % löneökning och hade tidigare 30 000 kronor i lön. Vad blir Eric's nya lön?
1/0/0

4. Någoting ökar i värde från 50 kronor till 600 kronor. Med hur många procent förändrades värdet?
1/0/0

5. En bils värde minskade med 18 %. Nu efteråt är värdet 50 000 kronor. Vad var bilen värd innan minskningen?
1/0/0

6. Mia får 8 % löneökning och tjänar efteråt 40 000 kronor. Vad tjänade hon innan?
1/0/0

7. Felix lön minskar från 35 000 kronor till 28 000 kronor när han byter jobb. Hur många procent minskade lönen?
1/0/0

8. I butiken Julle's Jeansbyxor sänker man priset på alla jeans med 25 %. Efter ett tag sänker man priset med YTTRELLIGARE 25 %. Julle som är butikschef påstår sedan att de sänkt priserna med 50 %.

a) Har han rätt? Motivera ditt svar.

b) Med hur många procent har priset sänkts totalt?
1/1/0

9. Du sätter in 10 000 kronor på ett bankkonto med 2 % ränta. Hur många kronor bör då finnas på kontot efter 20 år?

Uppgiften förutsätter att inga insättningar eller uttag görs under perioden och att inga avgifter dras.

1/0/0

10. Lisas lön ökar varje år med 2 %. Hon tjänar nu 25 000 kronor varje månad. Vad beräknas hon tjäna om 5 år?

1/0/0

11. Moa har en bil som hon köpt för 230 000 kr. Hon säljer bilen efter 6 år för 157 000 kr. Hur mycket har bilens värde minskat procentuellt i genomsnitt per år?

(0/2/0)

12. En aktie har från början värdet 200 kronor. Första veckan ökar värdet med 10 % och andra veckan minskar värdet med 10 %. Aktiens värde fortsätter att förändras enligt samma mönster.

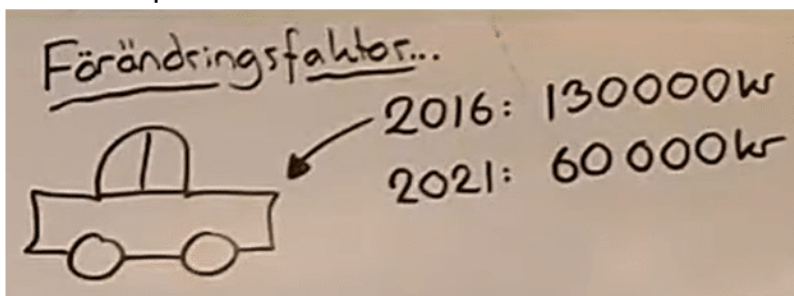
a) Hur mycket är aktien värd efter två veckor?

(2/0/0)

b) Hur mycket är aktien värd efter 100 veckor?

(0/1/1)

13. En fin bil minskar i värde mellan 2016 och 2021 enligt bilden nedan. Visa hur du kan räkna ut hur många procent värdet i genomsnitt minskade per år.



0/1/0

14. Antalet invånare i en mindre tätort sjönk under en tioårsperiod från 2 500 personer till 2000 personer. Under nästkommande tioårsperiod ökade antalet till 2400 personer.

- a) Moa menar att den totala förändringen i procent var störst under den senare av de två perioderna. Stämmer hennes slutsats?

1/0/0

I en annan tätort ökar invånarantalet med totalt 50 % under en femårsperiod.

- b) Ali påstår att den årliga ökningen var lägre än 10 % per år i genomsnitt under perioden. Stämmer hans slutsats?

0/0/1

15. Om någonting ökar med 50 % tre gånger i rad, hur många procent har det då ökat med totalt?

- a) Visa hur du med hjälp av förändringsfaktor kan beräkna detta genom att först hitta på ett exempelvärde.
b) Visa hur du kan beräkna detta utan att hitta på ett exempelvärde.

1/1/0

16. En begagnad Kia som år 2018 var värd 80 000 kronor var år 2022 värd 60 000 kronor.

Hur stor var den genomsnittliga procentuella värdeminskningen per år?

1/1/0

17. Något ökar med totalt 50 % på 5 år. Hur stor är den årliga procentuella ökningen i genomsnitt?

0/2/0

18. Elin köpte en lägenhet för 8 år sedan som då kostade 150 000 kronor. Nu har värdet ökat med 900 000 kronor.

Hur stor är den genomsnittliga procentuella årliga ökningen?

0/2/0

19. Värdet av en begagnad luftballong med trycket "Grattis Nisse" på har under den senaste tioårsperioden minskat i värde med 8 % per år. För tio år sedan var ballongen värd 120 000 kronor.

a) Hur mycket var ballongen värd för fem år sedan?

2/0/0

b) För hur många år sedan var värdet 70 000 kronor?

1/1/0

20. I en sälkoloni finns ett visst antal sälar. Ett år ökar antalet sälar med 20,0 %. Nästa år sjunker antalet med 20,0 %. Efter det tredje året är antalet sälar lika många som de var från början. Hur stor var förändringen det tredje året?

0/2/0

21. Någoting ökar först i värde med 20 % och sänks sedan i värde med 40 %. Hur många procent är den totala värdeförändringen och hur kan du visa detta med förändringsfaktor utan att hitta på ett exempelvärde att utgå ifrån?

0/1/0

22. På ett äppelträd växer det ett år 30 äpplen. Ett år senare växer det 35 stycken.

a) Hur många äpplen kommer det att växa på äppelträdet efter ytterligare 9 år om antalet äpplen ökar med lika många varje år?

(2/0/0)

b) Om antalet äpplen i stället varje år skulle öka med lika många procent som under det första året, hur många äpplen kommer det då att växa efter de ytterligare 9 åren?

(1/2/1)



23. Jonas har en låda där han stoppar småpengar. Från början ligger det 20 kronor i lådan. Antalet kronor i lådan förändras varje år:

- Första året: ökning med 50 %.
- Andra året: minskning med 12 %.
- Tredje året: ökning med 200 %.
- Fjärde året: minskning med 23 %.

Hur många kronor ligger i lådan efter det fjärde året?

0/1/0

24. Det ursprungliga priset på en vara är 2 000 kr. Varans värde ökar med 5 % per år. y är varans pris och x är antalet år efter inköp. Vilket av följande samband beskriver prisutvecklingen? Ringa in ditt svar.



$$y = 1,05 \cdot x + 2000 \qquad y = 2000 \cdot 1,05^x$$

$$y = 2000 \cdot 0,95^x$$

$$y = 2000 \cdot 1,05x$$

$$y = 2000(x + 5)$$

(0/1/0)

25. Lisas lön ökar varje år med 2 %. Hur många procent ökar lönen totalt på 5 år?

0/1/0

26. Kasper köper andelar i en fond för 12 000 kr. Han räknar med att andelarnas värde kommer att öka med 12,5 % per år. Hur mycket kommer andelarna i så fall vara värda efter 10 år?

(0/2/1)

27. Enligt en prognos beräknas hyran för en lägenhet öka med 4 % per år. Med hur många procent beräknas hyran öka under en 5-årsperiod enligt prognosen?

(1/1/1)

28. År 1750 var världens befolkning 750 miljoner.
År 1870 var världens befolkning dubbelt så stor.
Med hur många procent ökade befolkningen i genomsnitt per år?

(0/2/0)

29. En tröja kostade 800 kr. Då en butik hade rea sattes priserna ned i två omgångar, först med 20 % och därefter halva reapriset. Anna och Emelie beräknar tröjans pris efter de båda prisändringarna.



Anna beräknar priset så här:

$$800 \cdot 0,8 \cdot 0,5 = 320$$

Reapriset är 320kr.

Emelie gör följande beräkning:

$$800 - 800 \cdot 0,2 - 800 \cdot 0,5 = \\ = 240$$

Svar: Priset är 240kr

Vem har räknat priset rätt och hur kan Anna och Emelie ha resonerat?

(1/1/1)

30. Mobiltelefonanvändning i världen

År 1999 använde 1 av 10 personer mobiltelefon.



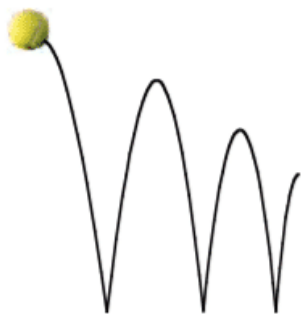
År 2009 hade mobiltelefonanvändningen ökat till 2 av 3 personer.



Med hur många procent ökade mobiltelefonanvändningen mellan år 1999 och år 2009?

(1/2/0)

31. En boll släpps från 100 cm:s höjd ner på ett golv. Efter första studsens studsar bollen upp 80 cm över golvet. Bollen fortsätter att studsa på samma sätt, så att varje ny höjd blir 80 % av närmast föregående höjd.



- a) Efter hur många studsar är studshöjden lägre än 20 cm? (1/1/1)
- b) Från vilken fallhöjd måste bollen släppas om den efter första studsens ska nå 108 cm över golvet? (0/2/0)
- c) Beskriv med ord eller formel sambandet mellan bollens fallhöjd, antalet studsar och studshöjd. (0/1/1)

Index och KPI

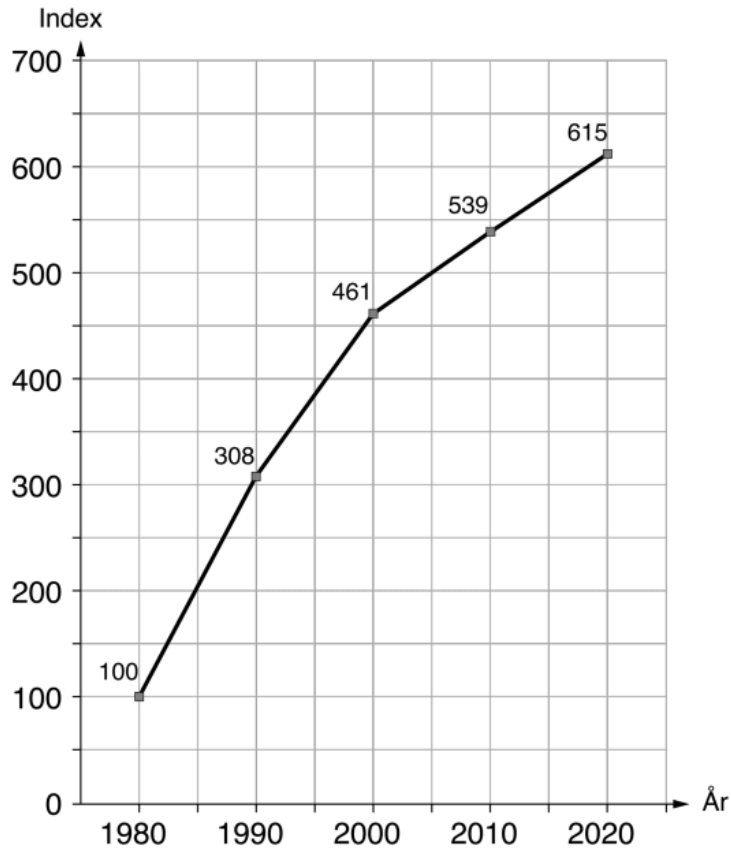
1. Med hur många procent har priserna stigit mellan år 1990 och 2013?



År	1990	2013
KPI (konsumentprisindex)	100	151

Svar: _____ % (1/0/0)

2. Diagrammet visar indexutvecklingen för priset för glassen Pärönis mellan åren 1980 och 2020.



Med hur många procent har priset för Pärönis ökat mellan åren 1980 och 2020?

Svar: _____ % (1/0/0)

3. Till höger syns indextabellen för konsumentprisindex för utvalda årtal.

Hur många procent har konsumentprisindexet ökat mellan år ...

- a) 1980 och 2020?
b) 2000 och 2020?

År	KPI
1980	100
1985	154
1990	208
1995	255
2000	261
2005	280
2010	303
2015	313
2020	336
2021	342

2/0/0

4. Nedanstående tabell visar genomsnittligt pris för en lunch år 2006 och år 2012 i några svenska städer. Har lunchpriset i Malmö ökat mer eller mindre än KPI (konsumentprisindex)?

(0/2/0)

Lunchpris i kronor

År	Stockholm	Göteborg	Malmö	Riksgenomsnitt
2012	81,3	77,2	76,4	79,1
2006	68,1	67,4	66,8	67,5

Källa: Gastrogate

År	KPI
2012	314
2011	311
2010	303
2009	300
2008	300
2007	290
2006	284

5. Tabellen visar både prissumman för Nobelpriset olika år och summans motsvarande penningvärde år 2016. Använd KPI-tabellen för att bestämma prissumman år 2020 i 2016 års penningvärde.

År	2016	2020
KPI	316,43	335,92

År	Prissumma (miljoner kronor)	Motsvarande penningvärde 2016 (miljoner kronor)
2020	10,0	
2016	8,0	8,0
2001	10,0	11,8
1990	4,0	6,1
1980	0,9	2,8
1970	0,4	3,1

(0/2/0)

6. Tabellen nedan visar konsumentprisindex med 1980 som basår

År	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010
KPI	100,00	153,8	207,6	254,8	260,8	280,4	303,5

- a) Med hur många procent ökade KPI under perioden från 1980 till 2000?
- b) Med hur många procent ökade KPI under perioden från år 2000 till 2005?
- c) År 1980 hade Greger 15 000 i månadslön. År 2010 har han 40 000 i månadslön. Skulle du säga att detta är en bra löneutveckling? Varför/Varför inte?

1/3/0

7. På ett café kostade en kopp kaffe 12 kr år 2007. Vad skulle den ha kostat år 2012 om priset följt KPI?

År	KPI
2012	314,20
2011	311,43
2010	303,46
2009	299,66
2008	300,61
2007	290,51
2006	284,22

KPI = Konsumentprisindex

(0/2/0)

8. En Big Mac-meny kostar 77 kronor år 2021. Vad skulle den ha kostat år 1980 om priset hade förändrats på samma sätt som KPI?

År	KPI
1980	100
1985	154
1990	208
1995	255
2000	261
2005	280
2010	303
2015	313
2020	336
2021	342

0/2/0

9. På Stockholmsbörsen sker aktiehandel med aktier i Svenska företag. *SIX Return Index (SIXRX)* är ett index som mäter utvecklingen för den svenska aktiemarknaden, alltså hur mycket bolagen som finns noterade på Stockholmsbörsen har ökat eller minskat i värde, överlag.

År 2000 var SIXRX 312 och år 2020 hade samma index ökat till 1621.

År	KPI
1980	100
1985	154
1990	208
1995	255
2000	261
2005	280
2010	303
2015	313
2020	336
2021	342

Gör en jämförelse med konsumentprisindex och avgör om det var bra att spara på aktiemarknaden under denna period.

0/2/0

10. Tabellen visar kronans värde över tid med hänsyn till prisutveckling.

År	1970	1980	1990	2000	2010
1970	1,00	0,41	0,20	0,16	0,14
1980	2,41	1,00	0,48	0,38	0,33
1990	5,02	2,08	1,00	0,80	0,68
2000	6,30	2,61	1,25	1,00	0,86
2010	7,33	3,03	1,46	1,16	1,00

Källa: SCB

Så här läser du tabellen:

1 kr år 2010 motsvarar 0,14 kr i 1970 års penningvärde.

1 kr år 1990 motsvarar 1,46 kr i 2010 års penningvärde.

11. Sara vet priset på en liter mjölk år 1985. Hon ska beräkna priset år 2011 med hjälp av en indextabell. Vilken information behöver hon från indextabellen för att kunna lösa uppgiften?



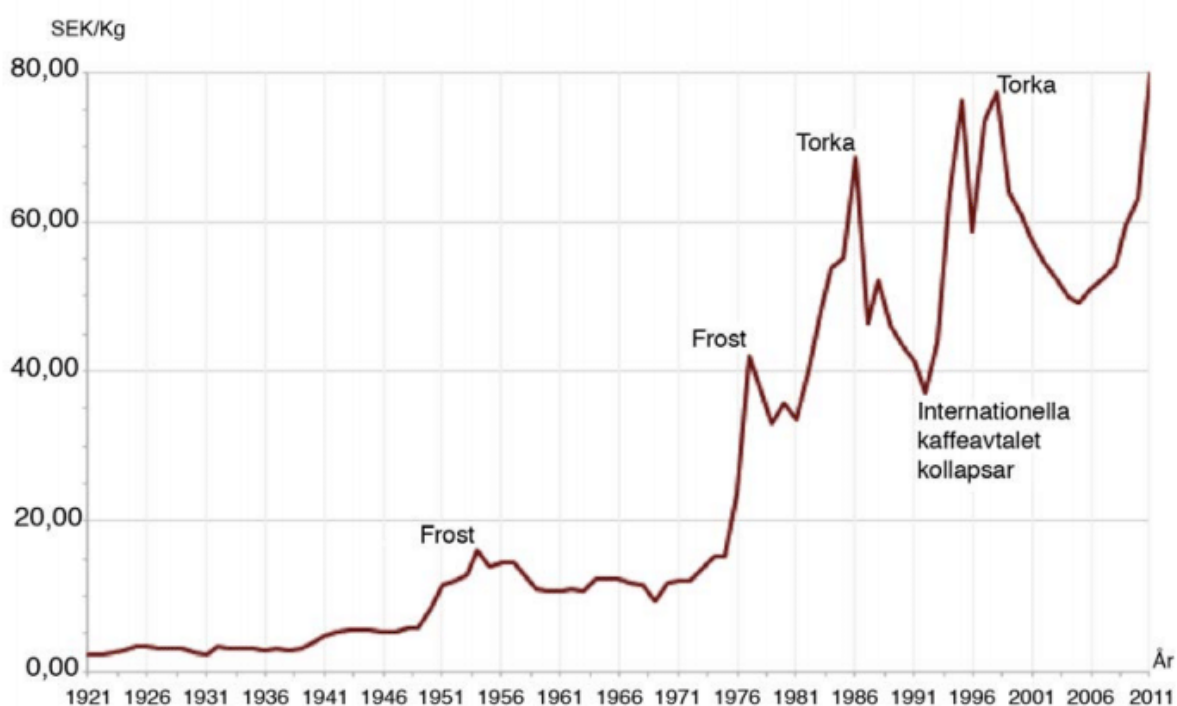
1. Basåret är 1980.
2. Indextalen för år 1985 och år 2011.

Tillräcklig information för att lösa problemet har hon...
Kryssa för ditt svar.

- i (1) men inte i (2)
- i (2) men inte i (1)
- i (1) tillsammans med (2)
- i (1) och i (2) var för sig
- varken i (1) eller i (2)

(0/0/1)

12. Diagrammet visar prisutvecklingen för ett kilogram kaffe i Sverige. Enligt en indexserie var index för kaffepriset 330 år 2011. Vilket år var indexseriens basår?



(0/0/2)

Lån, ränta och amortering

1.

Göran har tagit ett amorteringsfritt bolån på 800 000 kr.
Hur mycket betalar han i ränta per månad om årsräntan är 3,6 %?

(2/0/0)



2.

Aida tar ett lån på 20 000 kr. Månadsräntan är 3 % och hon ska amortera 1 000 kr varje månad. För att beräkna hur stor månadsbetalningen blir gör Aida ett kalkylblad.

	A	B	C	D	E
1	Månad	Återstående lån (i kronor)	Räntesats/månad (i decimalform)	Amortering/månad (i kronor)	Månadsbetalning (räntekostnad + amortering i kronor)
2	Januari	20 000	0,03	1 000	
3	Februari		0,03	1 000	
4	Mars				
5	April				
6	Maj				
7	Juni				

a) Vilket värde visas i cell E2 när månadsbetalningen har beräknats?
Endast svar krävs.

(1/0/0)

Aida vill att kalkylbladet ska kunna användas oavsett räntesats, lånebelopp och amortering.

b) Vilken formel ska då skrivas i cell B3?
Endast svar krävs.

(1/0/0)

c) Vilken formel ska då skrivas i cell E3 för att beräkna månadsbetalningen?
Endast svar krävs.

(0/1/0)

3.

En affär säljer en TV till kontantpriset 6 599 kr.
Köpet går att få på avbetalning med följande villkor:

Betala 199 kr per månad i 36 månader.
En aviseringsavgift på 29 kr per månad och
en uppläggningsavgift på 395 kr tillkommer.

Hur mycket mer kommer TV:n totalt att kosta vid avbetalningsköp?

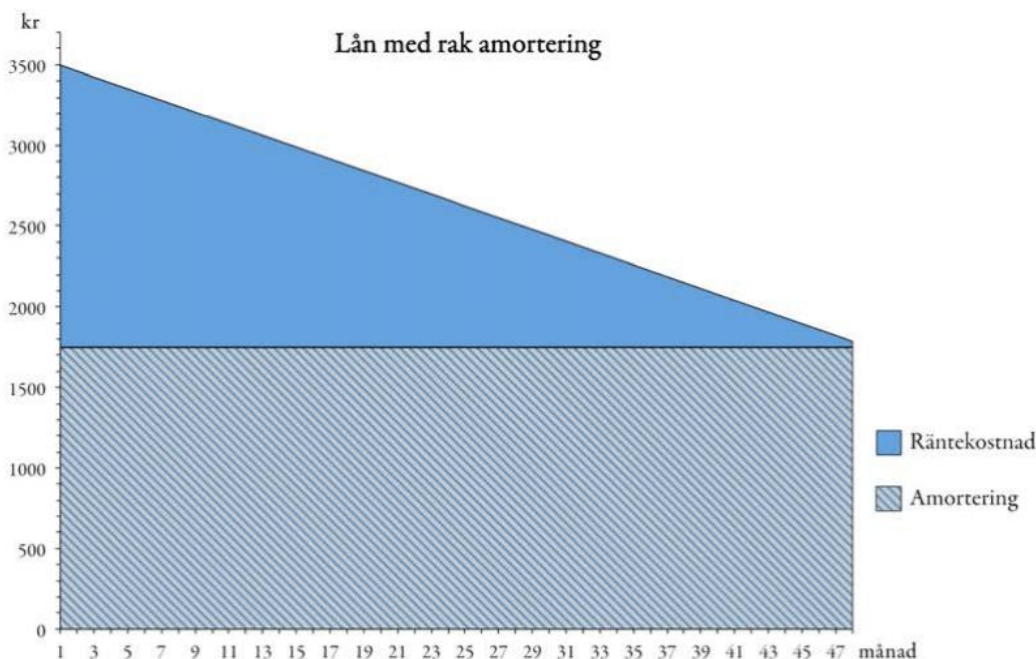
(1/1/0)

4.

Låna 2 000 kr, betala 2 455 kr efter 1 månad.

- a) Vilken procentuell månadsränta betalas på lånet?
Endast svar krävs. (1/0/0)
- b) Om man inte betalar tillbaka lånet i tid kommer man, efter den första månaden, att ha en skuld på 2 455 kr. Efter ytterligare en månad måste man, på detta belopp, betala ränta med samma räntesats som för första månaden. Hur mycket kommer man att vara skyldig efter två månader? (1/0/0)
- c) Om skulden inte betalas tillbaka kommer skulden att fortsätta öka på samma sätt. Hur mycket kommer man att vara skyldig ett år efter att man har lånat 2 000 kr? (1/1/1)
- d) Hur stor blir den procentuella årsräntan (effektiv ränta) på lånet? (0/1/1)

5.



- a) Bestäm med hjälp av diagrammen hur stor den första och sista betalningen är för varje lån. *Endast svar krävs.* (1/1/0)
- b) Lånebeloppet är lika stort för de båda lånen. Visa att lånebeloppet är 84 000 kr med hjälp av något av diagrammen. (0/2/0)
- c) Trots att räntesats och lånebelopp är lika för de båda lånen, är räntekostnaden för lånen olika. Bestäm räntekostnaden för varje lån. (0/2/3)
- d) Räntekostnaden är olika för de två lånen trots att räntesatsen och lånebeloppet är lika. Förklara varför. (0/2/0)

-
6. Frida tar ett sms-lån på 1 000 kr. Lånet ska betalas tillbaka efter en månad och den procentuella månadsräntan är 20 %. När månaden är slut har Frida inte råd att betala sin skuld.

För att betala skulden tar hon ett nytt sms-lån på hela det belopp hon är skyldig. Det nya lånet har samma procentuella månadsränta.

Frida fortsätter att låna på samma sätt varje månad.

Hur stor är Fridas skuld ett år efter att hon har tagit sitt första sms-lån?

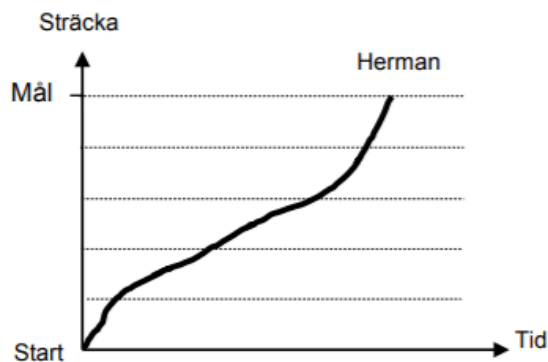
(0/2/1)

Funktioner

Tolka grafer

1.

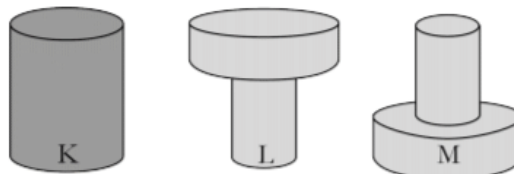
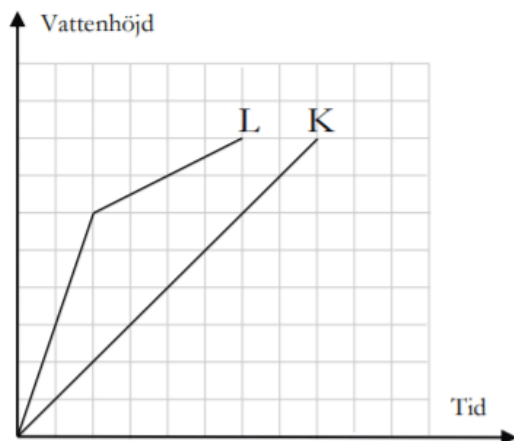
Herman och Felicia tävlade i löpning och startade samtidigt. Grafen visar hur Herman sprang sitt lopp från start till mål. Felicia vann över Herman. Rita in en graf som visar hur Felicia kan ha sprungit.



(1/0/0)

2.

Behållare K, L och M, som är lika höga, fylls med vatten med samma konstanta hastighet. Graferna visar hur vattnets höjd ökar för behållare K och L.



- a) Varför stiger vattnet snabbare vid starten i behållare L än i behållare K? Redovisa din motivering i rutan.

(1/0/0)

- b) Rita in grafen för behållare M i koordinatsystemet ovan.

(2/1/0)

3. PRIMa-kaffe säljs i fyra olika stora burkar, som visas nedan.



300 g
65,70 kr



200 g
45,70 kr



100 g
23,90 kr



50 g
12,95 kr

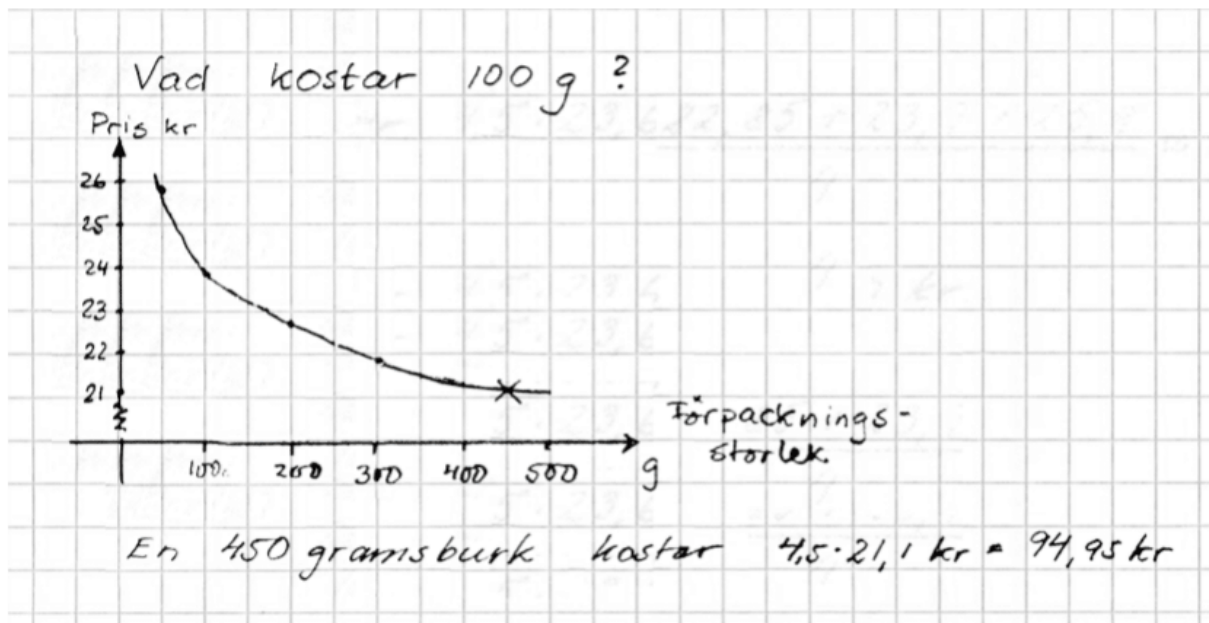
- a) Beräkna vad 100 g PRIMa-kaffe kostar för varje burk. (1/0/0)
- b) Kaffeföretaget planerar att introducera ytterligare en förpackning, en burk som innehåller 450 g. Josefin och Mikael gör en uppskattning av vad denna burk ska kosta. (Se deras beräkningar nedan.) Förklara varför Mikael och Josefin får olika svar. (2/2/2)

Josefins lösning

$$100 \text{ g kostar } \frac{21,9 + 22,85 + 23,9 + 25,9}{4} \approx 23,6 \text{ kr}$$

$$450 \text{ g kostar } 4,5 \cdot 23,6 \approx 106,50 \text{ kr}$$

Mikaels lösning



Räta linjens ekvation

1. Vilket funktionsuttryck motsvarar grafen i koordinatsystemet?
Ringa in ditt svar.

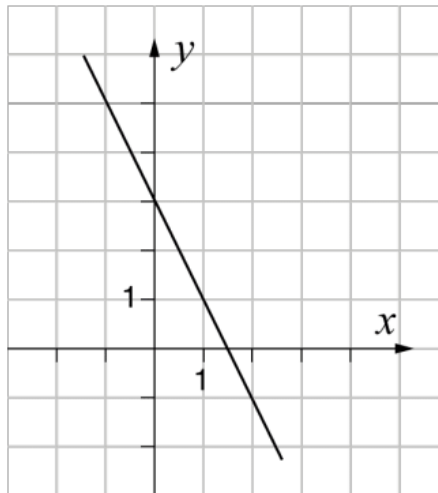
$y = -2x + 1,5$

$y = -2x + 3$

$y = -0,5x + 3$

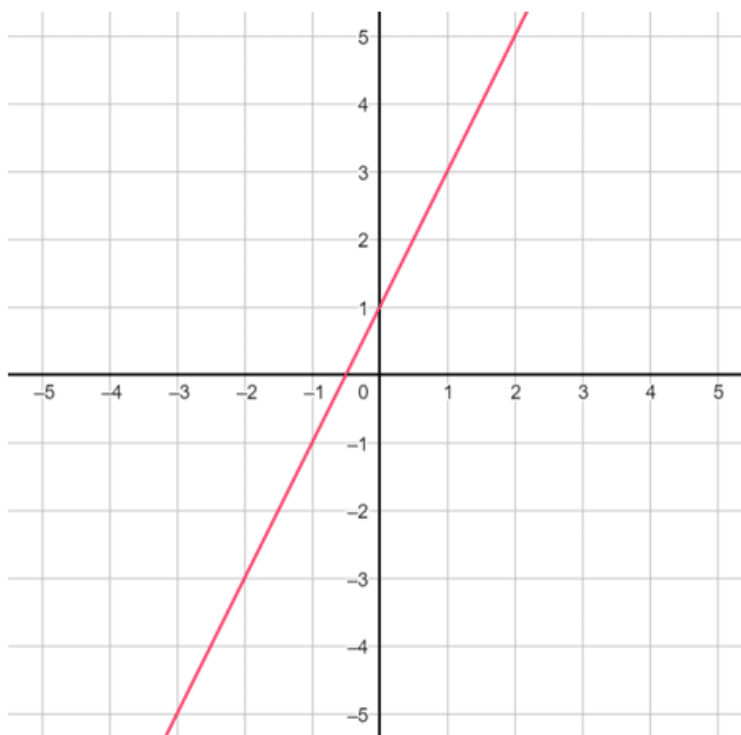
$y = 2x - 1,5$

$y = 1,5x + 3$



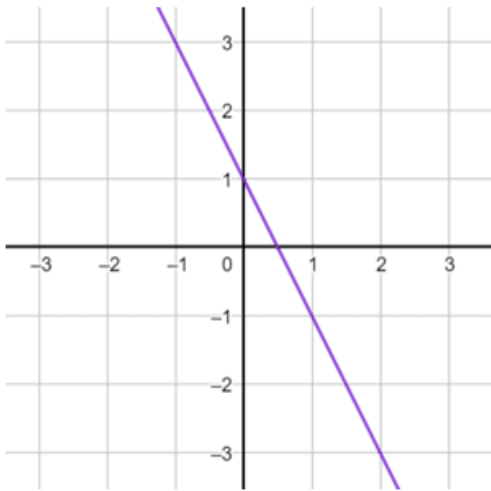
(1/0/0)

2. Skriv linjens ekvation.



1/0/0

3. Skriv ekvationen till linjen.



1/0/0

4. Rita graferna till de tre linjerna $y = 2x$ och $y = 3x$ och $y = -2x$ i samma koordinatsystem.



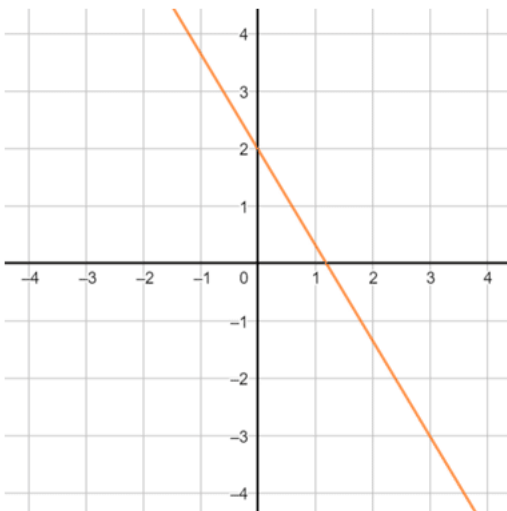
2/0/0

5. Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkterna $(2, 10)$ och $(12, 30)$.



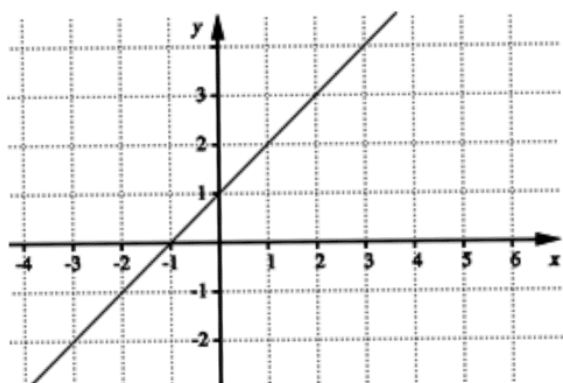
(2/0/0)

6. Bestäm linjens ekvation.



1/0/0

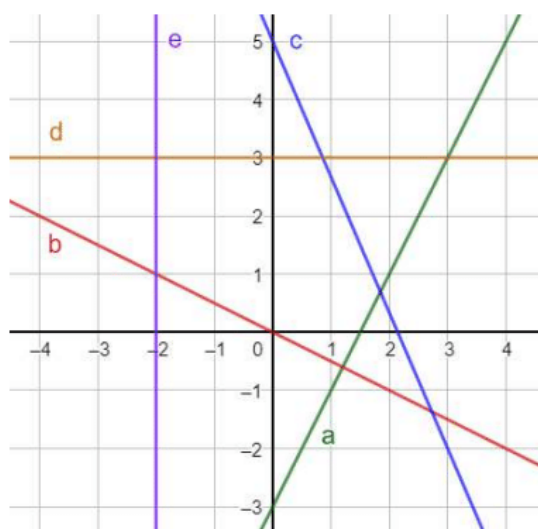
7. Nedan syns grafen till $y = f(x)$.



- Bestäm $f(2)$.
- Lös ekvationen $f(x) = 0$.
- Bestäm ekvationen för linjen $y = f(x)$.

3/0/0

8. Nedan syns fem linjer, märkta med bokstäverna a, b, c, d och e.



Skriv linjernas ekvationer.

- a) Linje a.

Svar: _____

- b) Linje b.

Svar: _____

- c) Linje c.

Svar: _____

- d) Linje d.

Svar: _____

- e) Linje e.

Svar: _____

5/0/0

9. En rät linje med ekvationen $y = -2x + 6$ är ritad i ett koordinatsystem.



a) Vilket värde har y då linjen skär y -axeln? _____ (1/0/0)

b) Vilket värde har x då linjen skär x -axeln? _____ (1/0/0)

c) Ge ett exempel på en linje som är parallell med linjen $y = -2x + 6$
_____ (1/0/0)

10. En rät linje med ekvationen $y = kx + m$ går genom punkterna (21, 45) och (74, 157).

Bestäm k . Svara med minst en decimal. (1/0/0)

11. Punkterna $(-2, -3)$ och $(4, 3)$ ligger på en rät linje.

a) Bestäm linjens ekvation. 2/0/0

b) Ligger punkten $(2, 1)$ på linjen? Motivera ditt svar. 1/0/0

c) Är sambandet mellan y och x som beskrivs av linjen ovan en proportionalitet? Motivera ditt svar. 1/0/0

12. I den här uppgiften ska du skissa grafen till en funktion som du inte är van vid, nämligen $f(x) = 2 + \sqrt{x}$. Gör först färdigt värdetabellen och skissa sedan grafen.

x	$f(x)$
0	
1	
4	
9	

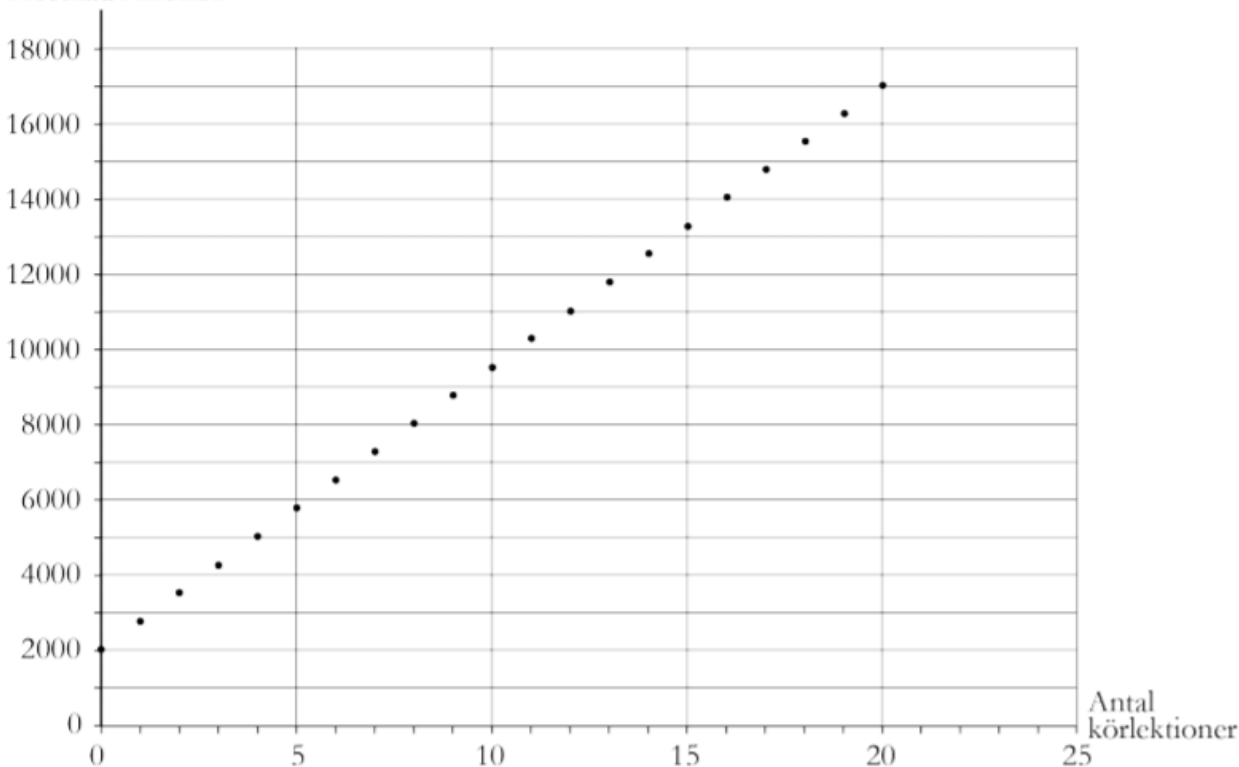


2/0/0

13. Anton ska ta körkort och undersöker priserna hos "Centrala trafikskolan". Grafen visar totala kostnaden för teorikurs och körlektioner.



Kostnad i kronor



14. En linje går mellan punkterna $(-3, 5)$ och $(3, -4)$.

- a) Beräkna linjens lutning.
b) Skriv linjens ekvation.

3/0/0

15. När det blåser känns det kallare än vad termometern visar. SMHI har gett ut en tabell över hur temperaturen upplevs beroende på faktisk temperatur och vindhastighet.



Hur temperaturen upplevs							
Faktisk temperatur °C (vid 0 m/s)		-15	-10	-5	0	5	10
Vindhastighet	2 m/s	-20	-14	-8	-2	3	9
	5 m/s	-24	-17	-11	-5	1	8
	10 m/s	-27	-20	-14	-7	0	6
	15 m/s	-29	-22	-15	-8	-2	5
	20 m/s	-31	-23	-16	-9	-2	5
		Upplevd temperatur °C					

Är sambandet mellan vindhastighet och upplevd temperatur linjärt för den faktiska temperaturen 0 °C ?

Motivera.

(1/1/0)

16. För en viss funktion vars graf är en rät linje gäller att $f(4) = 9$ och $f(0) = 3$.
- a) Bestäm linjens lutning. 1/0/0
- b) Bestäm linjens ekvation. 1/1/0

17. Eskil har erbjudits anställning på två olika företag. Han erbjuds en grundlön varje månad under hela året. Dessutom får han ett extra tillägg för varje månad som han är ute på uppdrag.

Arbetsgivare	Grundlön (kr/månad)	Extra tillägg vid uppdrag (kr/månad)
Företag A	35 000	10 000
Företag B	40 000	3 000

- a) Beräkna vad *årslönen med extra tillägg* blir för Eskil i Företag A respektive Företag B om han är ute på uppdrag i 5 månader under ett år. (2/0/0)
- b) Utgå från att Eskil är ute på uppdrag lika många månader på Företag A som på Företag B. Hur många *hela* månader måste Eskil *minst* vara ute på uppdrag under ett år för att totala *årslönen* ska vara högre hos Företag A? (2/1/0)

18. Mona vill rita en linje som har lutningen $\frac{2}{3}$ på ett rutat papper. Hon tänker sig att en rutas längd motsvarar 1 längdenhet. Förklara för henne hur hon ska gå till väga och rita också upp en sådan linje. Du behöver inte rita ut x-axeln och y-axeln om du inte vill.



2/0/0

19. En rät linje går genom punkterna (3, 120) och (-8, 142).



Beräkna linjens k-värde, m-värde och skriv funktionen för linjen.

1/1/0

20. Gör en värdetabell och skissa sedan grafen till funktionen $y = x^2 + 1$.

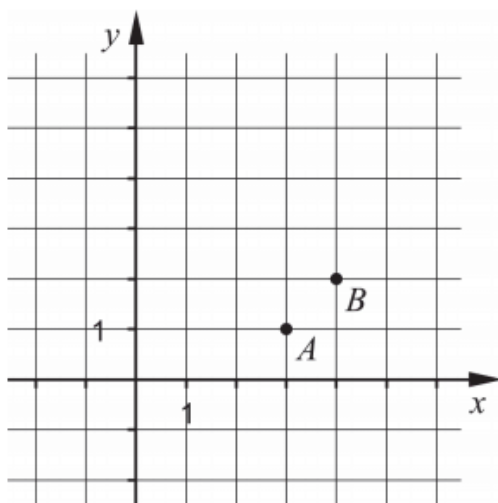


2/0/0

21. I koordinatsystemet nedan finns två punkter A och B . Ange ekvationen för den rätta linje som går genom dessa punkter.



_____ (2/0/0)

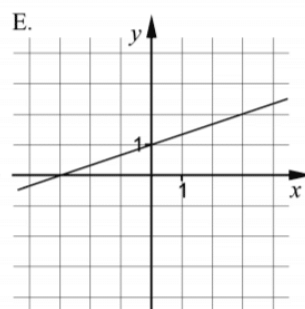
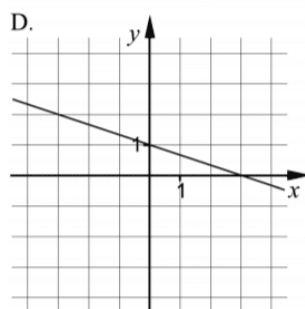
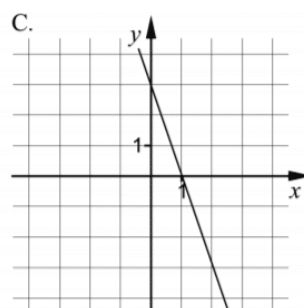
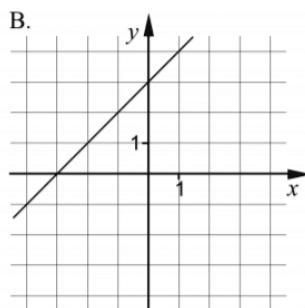
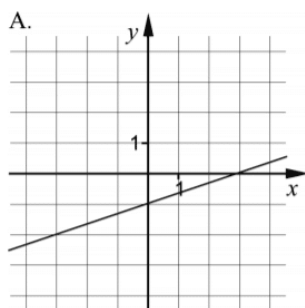


22. Ange vilken av figurerna A-E nedan som visar grafen till

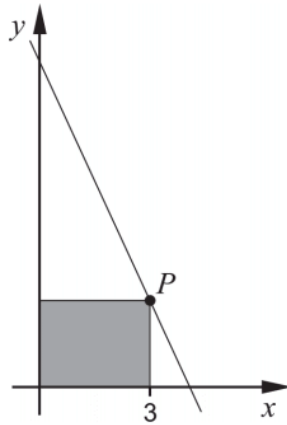


a) $y = x + 3$ _____ (1/0/0)

b) $y = -\frac{1}{3}x + 1$ _____ (1/0/0)



23. En rät linje har ekvationen $y = -2x + 8,15$ och går genom punkten P med x -koordinaten 3. Rektangeln i figuren har ett hörn i punkten P och motsatta hörnet i origo. Två av rektangelns sidor ligger på de positiva koordinataxlarna.



Bestäm rektangelns area.

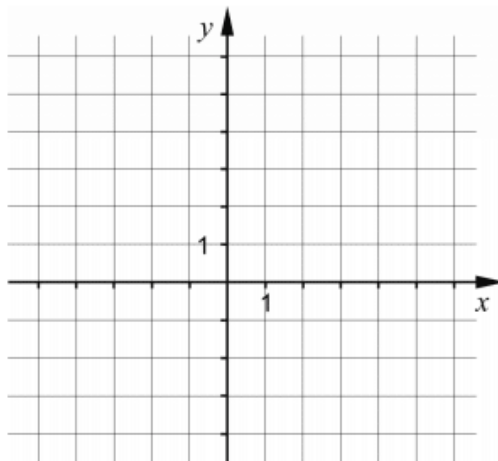
(2/0/0)

24. En rät linje går genom punkten $(2, 3)$ och har lutningen $k = 2$



a) Rita linjen i koordinatsystemet nedan.

(1/0/0)

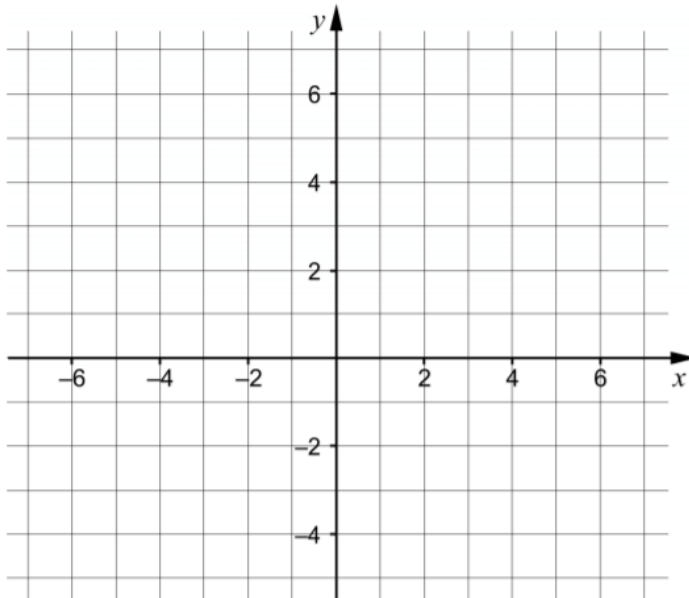


Ekvationen för linjen kan skrivas på formen $y = kx + m$.

b) Vilket m -värde har linjen?

_____ (1/0/0)

25.



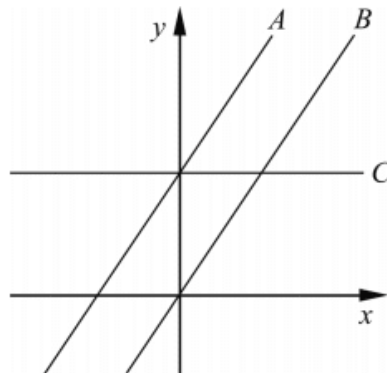
a) Rita linjen $y = 2x + 1$ i koordinatsystemet. (1/0/0)

b) Ge ett exempel på en ekvation för en annan linje som är parallell med linjen i uppgift a). _____ (1/0/0)

26.

Bestäm ekvationen för en rät linje som skär x -axeln då $x = 5$ och som har en positiv lutning. (2/0/0)

27. I figuren är tre rätta linjer A , B och C ritade. Ekvationen för linje A är $y = 1,5x + 3$



Linjerna A och B är parallella.

a) Ange ekvationen för linje B . _____ (1/0/0)

Linje C är parallell med x -axeln.

b) Ange ekvationen för linje C . _____ (1/0/0)

28.

Fredrik och Fia funderar lite kring de två linjerna $2y + 6x + 2 = 0$ och $y + \frac{1}{2}x + 3 = 0$.



Är det så att dessa linjer är parallella med varandra, undrar Fredrik. Fia funderar på om de istället är vinkelräta mot varandra. Har någon av dem rätt? Motivera med beräkningar.

2/1/0

29.

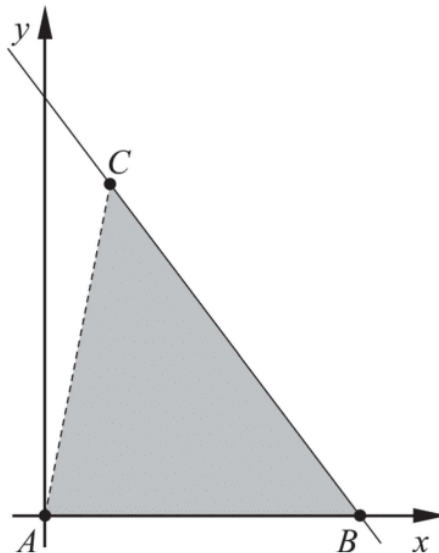
Mia och Anel driver ett UF-företag tillsammans där de säljer hemlagat äppelmos från lokalodlade äpplen. De säljer varje burk för 80 kronor. De har 1200 kronor i fasta utgifter innan de kommer igång med försäljningen och också ytterligare 15 kronor i utgift för varje burk de säljer.

- Hur många burkar måste de sälja för att deras totala vinst ska överstiga 5000 kronor?
- Skriv en funktion på formen $y = kx + m$ där y innebär den totala vinsten i kronor efter x antal sålda burkar.
- Bestäm funktionens värdemängd om den gäller för maximalt 200 burkar.

2/2/0

30.

Triangeln ABC har hörnet A i origo, hörnet B på den positiva x -axeln och hörnet C i den första kvadranten. Hörnen B och C ligger på den räta linjen $y = -1,5x + 12$. Se figur.



Bestäm koordinaterna för punkten C om arean för triangeln ABC är 36 areaenheter.

(0/3/0)

31. En hyrbil kostar 375 kr att hyra per dygn. För det priset får du köra 100 km. Om du kör en längre sträcka, tillkommer en kostnad på 2,50 kr per km.



- a) Vilket eller vilka av nedanstående formler kan beskriva hur kostnaden K kr beror av körsträckan x km? Ringa in ditt/dina svar.

$K = 375$

$K = 375 + 2,50x$

$K = 375 + 2,50x + 100$

$K = 375 + 2,50(x - 100)$

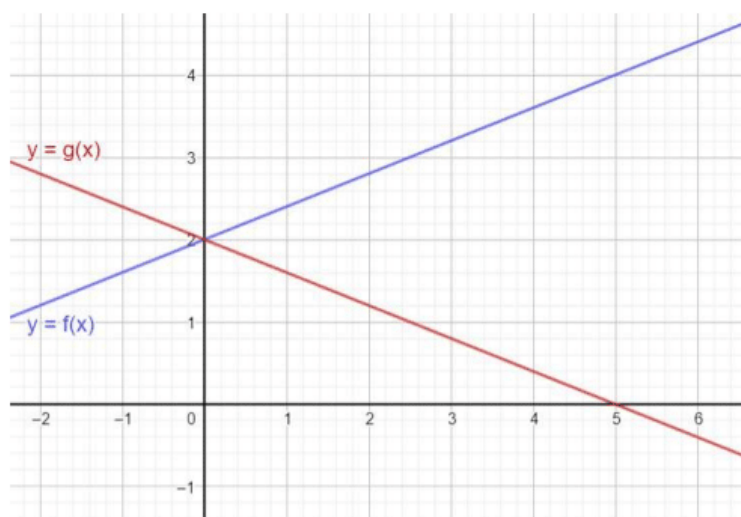
$K = 475 + 2,50x$

(0/1/1)

- b) Ange definitionsmängd för ditt/dina formelval. Redovisa din lösning i rutan.

(0/2/1)

32. Nedan syns grafen till funktionerna $f(x)$ och $g(x)$.



- a) Lös ekvationen $g(x) = 2$. (Endast svar krävs).
- b) Beräkna $\frac{f(5) - f(0)}{2}$
- c) Skissa grafen till $h(x)$ om $h(x) = f(x) - g(x)$.

1/1/1

33.

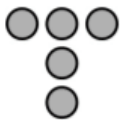
- a) Noah har glömt vad ordet proportionell innebär. Beskriv kortfattat för honom hur kan se på en ritad graf om sambandet är proportionellt eller inte.
- b) Noah har också roat sig med att klippa ut ett antal olika stora kvadrater från ett stort papper. Han mäter sidan på varje kvadrat och mäter dessutom diagonalen på kvadraterna.
Är det sant att diagonalen på en kvadrat är proportionell mot sidlängden? Motivera tydligt.



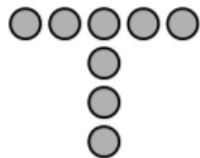
1/0/2

34.

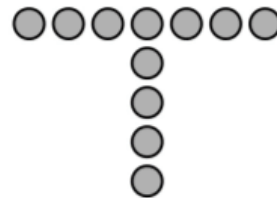
Bilden visar tre figurer som består av prickar. Figurerna bildas enligt ett mönster. Fler figurer kan bildas enligt samma mönster.



Figur 1



Figur 2



Figur 3

- a) Hur många prickar har Figur 4? _____ (1/0/0)
- b) Bestäm ett uttryck för antalet prickar i Figur n .
_____ (0/1/0)

35. Benjamin har lagt märke till att volymen av toalettartiklar står angivna både i milliliter (ml) och i den amerikanska enheten fluid ounces (fl oz).

Benjamin läser på en flaska rakvatten och en flaska schampo och gör en värdetabell, se nedan.

	x (fl oz)	y (ml)
Rakvatten	3,4	100
Schampo	8,4	250

Benjamin menar att han med hjälp av värdetabellen kan hitta ett samband mellan de två volymenheterna. Han prickar in värdena som två punkter i ett koordinatsystem och drar en linje genom dem.

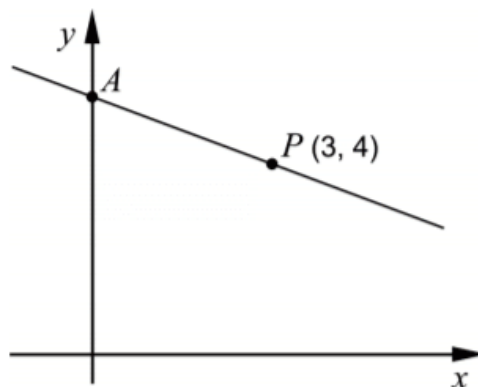
- a) Använd värdena i tabellen och bestäm ekvationen för Benjamins linje. Svara exakt på formen $y = kx + m$. (2/0/0)
- b) Använd ekvationen i uppgift a) och beräkna hur många milliliter det borde stå på en flaska med volymen 4,0 fluid ounces. (1/0/0)
- c) Det finns en brist i Benjamins samband. Ge ett exempel på en volym x fluid ounces där Benjamins samband inte fungerar. Motivera. (0/1/0)

36. En rät linje går igenom punkterna (8, 28) och (13, 15).
Bestäm linjens ekvation och svara exakt.



1/2/0

37. Figuren nedan visar en rät linje som går genom punkten $P(3, 4)$. Linjen skär den positiva y -axeln i en punkt A . Avståndet mellan origo och punkten A är lika stort som avståndet mellan origo och punkten P .



Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkterna A och P . (0/3/0)

38. En rät linje går genom punkterna P , Q och R .

För de tre punkternas koordinater gäller att:

- $P(6, 11)$
- $Q(x < 6, y \geq 11)$
- $R(x > 6, y \leq 11)$

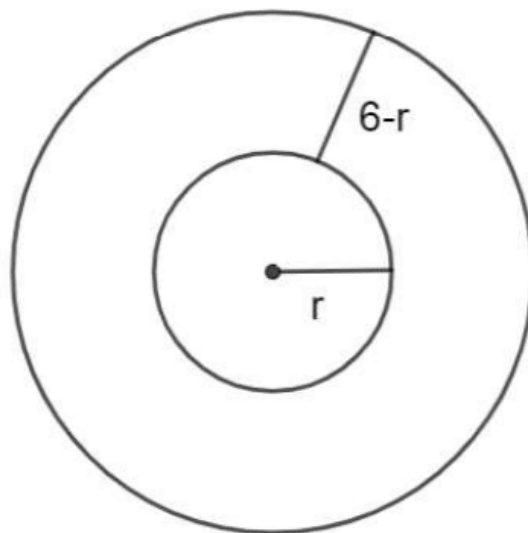
Utred vilka värden som är möjliga för linjens riktningskoefficient.

(0/0/2)

39.

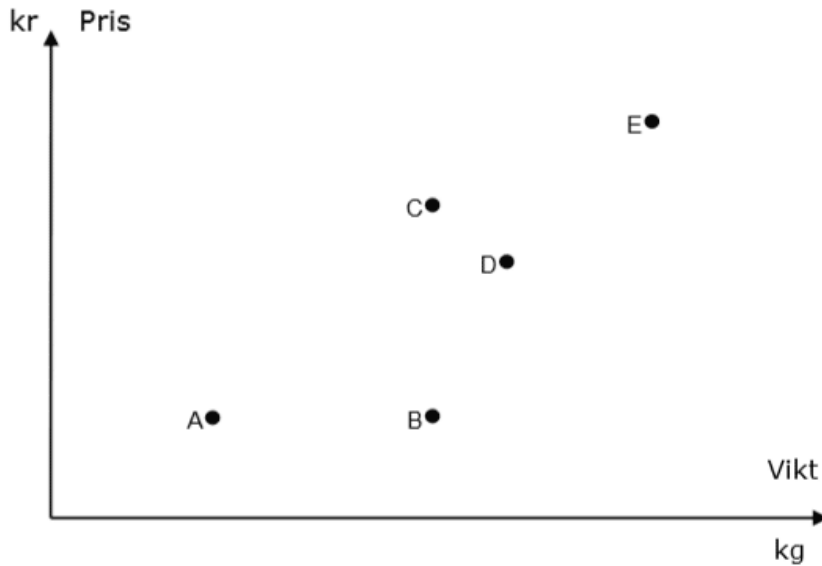
Figuren består av två cirklar med gemensam medelpunkt. Den lilla cirkeln har radien r och avståndet mellan cirklarna är $6 - r$.

Arean av området mellan cirklarna kan beskrivas med en funktion $A(r)$. Bestäm denna funktions definitionsmängd.
(Endast svar krävs).



0/0/1

40. En butik gjorde en undersökning om vikt och pris på chokladkakor. Resultatet visas i följande diagram.



a) Vilka chokladkakor väger lika mycket? Svar: _____ (1/0/0)

b) Vilken chokladkaka har det högsta kilopriset?
Motivera din lösning i diagrammet och i rutan.

Svar: _____ (0/2/1)

41. För en rät linje gäller följande villkor:

- riktningskoefficienten $k > 0$
- linjen går genom punkten $P(3, 5)$

a) Undersök om linjen kan gå genom punkten $(6, 4)$. (1/0/0)

b) Det finns många punkter Q sådana att en linje genom P och Q får en positiv riktningskoefficient. Undersök vilka värden Q :s koordinater x och y ska ha för att villkoren ovan ska gälla. (1/1/1)

42. En bagare vill räkna ut vad det kostar att tillverka en chokladboll. I kostnaden räknar bagaren in en arbetskostnad samt kostnaden för ingredienserna. En stor chokladboll som väger 80 g kostar då totalt 8 kr att tillverka.

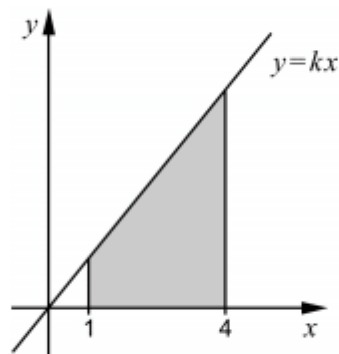
Många kunder tycker att en sådan chokladboll är för stor. Därför har bagaren även börjat göra små chokladbollar. En liten chokladboll väger 45 g och kostar totalt 6 kr att tillverka.

Bagaren räknar med att det är samma arbetskostnad att tillverka en stor chokladboll som att tillverka en liten chokladboll.

Bestäm arbetskostnaden för en chokladboll.

(0/4/0)

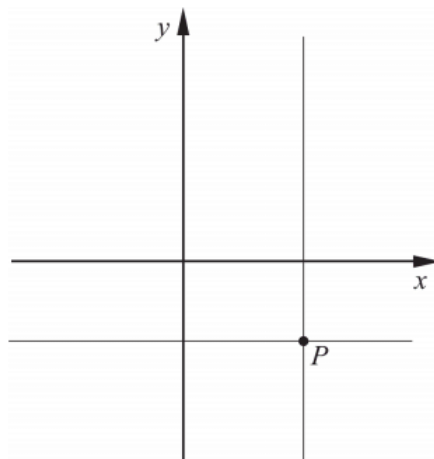
43. Ett område begränsas av x -axeln, linjerna $x = 1$ och $x = 4$ samt den räta linjen $y = kx$ där $k > 0$



Bestäm riktningskoefficienten k algebraiskt så att områdets area blir exakt 10 areaenheter.

(0/0/4)

44. Figuren visar linjerna $x = a$ och $y = b$, där a och b är olika konstanter, $a \neq 0$, $b \neq 0$. Linjerna skär varandra i punkten P i koordinatsystemets fjärde kvadrant.



Vilken eller vilka av nedanstående linjer A-D går genom punkten P ?

- A. $ax + by = 0$
- B. $ax - by = 0$
- C. $ay + bx = 0$
- D. $ay - bx = 0$

(0/0/1)

45. En linje går genom punkten $(7, 10)$ och har lutningen $\frac{5}{a}$.
Bestäm först talet a så att linjen även går genom punkten på x -axeln där $x = -12a$.
Bestäm därefter linjens ekvation.

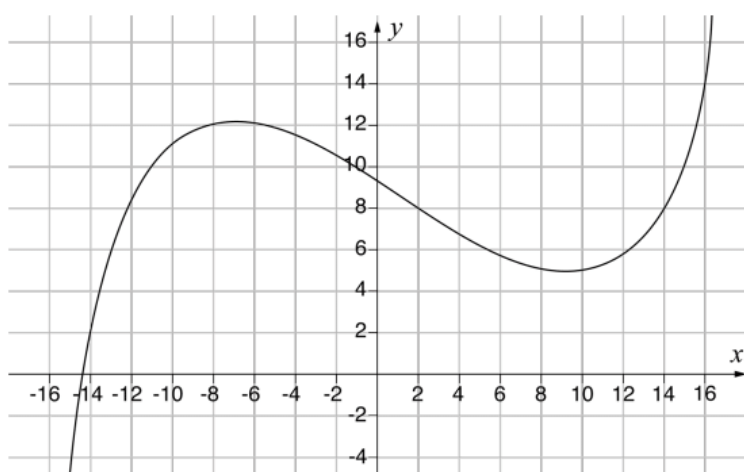
0/1/3

46. De två räta linjerna $y = kx + 7$ och $y = -kx + 7$, där k är en positiv konstant, bildar tillsammans med x -axeln en triangel. Bestäm k så att denna triangel blir liksidig.

0/1/3

Funktionsbegreppet $f(x)$

1. Nedan visas grafen till funktionen $y = f(x)$



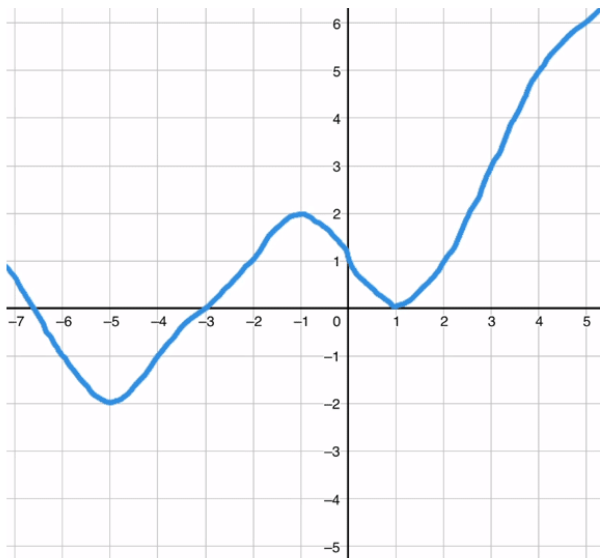
- a) Bestäm $f(2)$ Svar: $f(2) =$ _____ (1/0/0)
- b) Lös ekvationen $f(x) = 14$ Svar: $x =$ _____ (0/1/0)

2. Bestäm $f(0,3)$ då $f(x) = 3x - 0,2$

Svar: _____ (1/0/0)

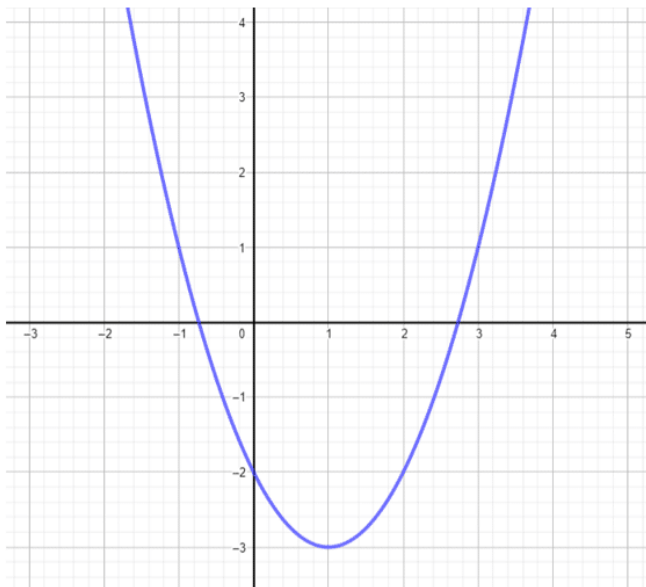


3. Nedan syns grafen till $y = f(x)$.



- Bestäm $f(2)$.
- Beräkna $f(0) + f(2) \cdot f(3)$.
- För vilka x är $f(x) = 1$?
- Lös ekvationen $f(x) = 1$.
- Vilka lösningar finns till ekvationen $f(x) = -4$? 5/0/0

4. Nedan syns grafen till funktionen $f(x) = x^2 - 2x - 2$.



- Bestäm $f(2)$.
- Bestäm $f(0)$.
- Bestäm funktionens minsta värde.
- Lös ekvationen $f(x) = 1$.
- Lös ekvationen $x^2 - 2x - 2 = 1$.
- Lös ekvationen $f(x) = 0$.
- Vad är funktionens nollställen? 7/0/0

5. I den här uppgiften är $f(x) = 2x + 4$.

- a) Beräkna $f(5)$.
- b) Beräkna $f(-1)$.
- c) Bestäm x om $f(x) = 14$.

3/0/0

6. Funktionen $g(x)$ är definierad som $g(x) = 3x - 2$.

- a) Bestäm $g(4)$.
- b) Lös ekvationen $g(x) = 2$.

2/0/0



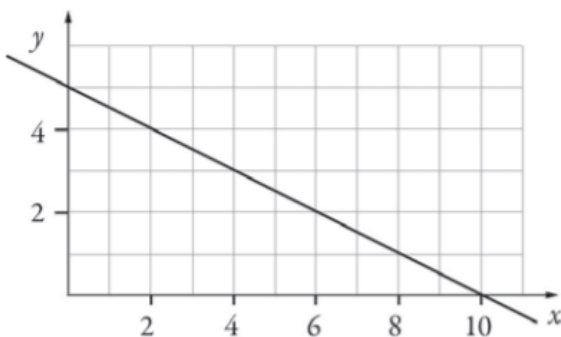
7. Givet är funktionen $f(x) = 4x^2 - 16$.

- a) Bestäm $f(-4)$.
- b) För vilka värden på x är $f(x) < 0$?

1/0/0

0/1/1

8. I figuren nedan visas grafen till funktionen $y = f(x)$.



a) Bestäm $f(2)$ med hjälp av grafen.

Svar: $f(2) =$ _____ (0/1/0)

b) Lös ekvationen $f(x) = 2$ med hjälp av grafen.

Svar: $x =$ _____ (0/1/0)

9. Den här uppgiften handlar om morötter...

Teckna en funktion som beskriver priset vi får betala för morötterna, samt bestäm funktionens definitionsmängd och värdemängd.

Extrapris morötter.

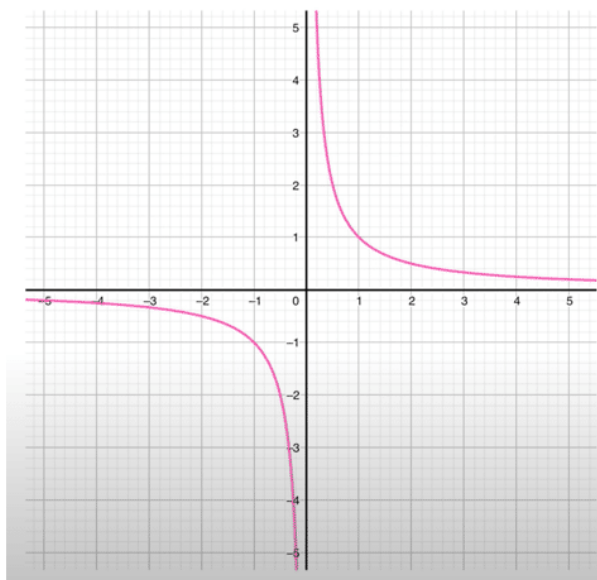
Nu endast 5 kr/kg.

Max 4 kg per hushåll.

1/3/0



10. Nedan syns grafen till funktionen $f(x) = \frac{1}{x}$



a) Bestäm $f(0)$.

b) Bestäm funktionens definitionsmängd.

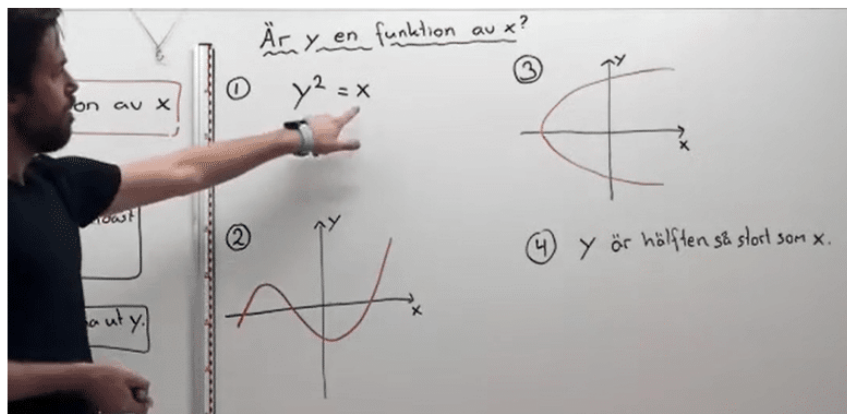
c) Bestäm funktionens värdemängd.

1/2/0

11. Är y en funktion av x i nedanstående fyra exempel?



Jonas ska precis berätta hur man ska tänka, men du får göra det istället. Skriv ner kortfattade motiveringar för huruvida exemplen stämmer med påståendet "y är en funktion av x" eller inte.



0/2/0

12. En sportaffär har utförsäljning av stavar för längdskidåkning i längder från 125 cm till 170 cm. Rekommenderad stavlängd är 30 cm kortare än den egna kroppslängden.



- a) Bestäm rekommenderad stavlängd, y cm, som funktion av kroppslängden, x cm.
Endast svar krävs
- b) Ange definitionsmängden för funktionen i a)-uppgiften om funktionen endast ska gälla för stavarna i utförsäljningen.
Endast svar krävs
- c) Förklara vad definitionsmängden betyder i detta sammanhang.

2/1/0

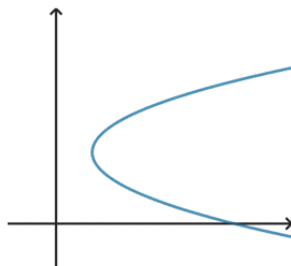
13. Är y en funktion av x i något eller några av nedanstående exempel A, B, C eller D? *Motivera.*



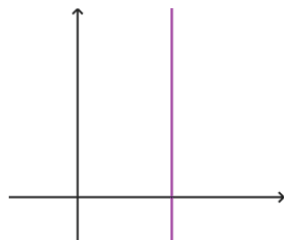
A

$$y^2 = x$$

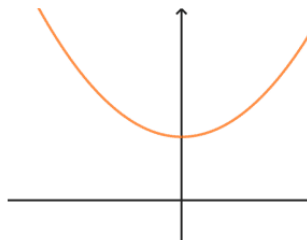
B



C

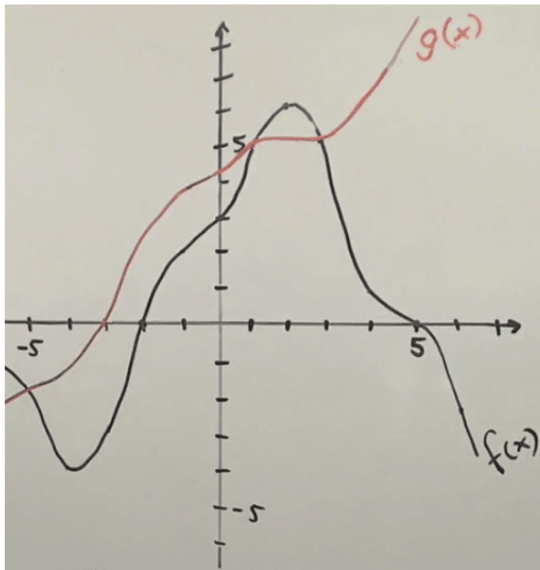


D



0/2/0

14. Nedan syns en skiss över funktionerna $f(x)$ och $g(x)$.



- | | |
|--|-------|
| a) Bestäm $g(3)$. | 1/0/0 |
| b) Bestäm $f(0)$. | 1/0/0 |
| c) Bestäm möjliga värden på x om $f(x) = g(x)$. | 0/1/0 |
| d) Bestäm för vilka x som $f(x) > g(x)$. | 0/1/0 |
| e) Bestäm $f(g(1))$. | 0/0/1 |
| f) Bestäm $g(2f(-1))$. | 0/0/1 |

15. Kalles klass ska samla in pengar till klasskassan och vill ordna ett skoldisco.

De har hittat en lokal att hyra som kostar 500 kr och en DJ med musikanläggning som kostar 1 500 kr. De tänker sälja biljetter för 50 kr/st.



- | | |
|--|---------|
| a) Hur stor vinst gör klassen om de lyckas sälja 100 biljetter? | (1/0/0) |
| b) Ange en funktion $V(x)$ som visar klassens vinst/förlust efter x antal sålda biljetter. | (1/1/0) |
| c) På discot kommer maximalt 200 betalande gäster. Bestäm funktionens värdemängd. | (1/1/1) |

16. Ali går på naturbruksprogrammet och ska markera ett 20 m^2 stort område att odla på. Området ska ha formen av en triangel med basen b meter och höjden h meter. Ali vill undersöka hur området kan se ut.

a) Bestäm en funktion för hur basen b beror av höjden h för Alis område.

(0/1/0)

b) Bestäm definitionsmängden för funktionen om b ska vara minst 1 m lång.

(0/1/1)

17.

En istapp har volymen $V(t) \text{ cm}^3$, där t är tiden i minuter efter klockan 08.00. Klockan 09.00 har istappen volymen 21 cm^3 . Använd funktionen $V(t)$ och skriv detta påstående med matematiska symboler.



Svar: _____ (0/0/1)



18. För en grupp räta linjer där $y = f(x)$ gäller att $f(x + 1) < f(x)$ för alla x samt att $f(0) = 1$.

Vilka k -värden och m -värden är möjliga för funktioner med dessa egenskaper?

0/1/1

19. Betrakta följande tre funktioner.

$$f(x) = 2x + 3$$

$$g(x) = 5x - 2$$

$$h(x) = 4x^2$$

a) Förenkla $f(x) \cdot g(x)$.

0/1/0

b) Bestäm $g(2a + 1) - f(a)$.

0/2/0

20. Låt $f(x) = 2x - 3$ och $g(x) = x + 1$.

a) Bestäm $f(3)$.

b) Bestäm $f(a)$.

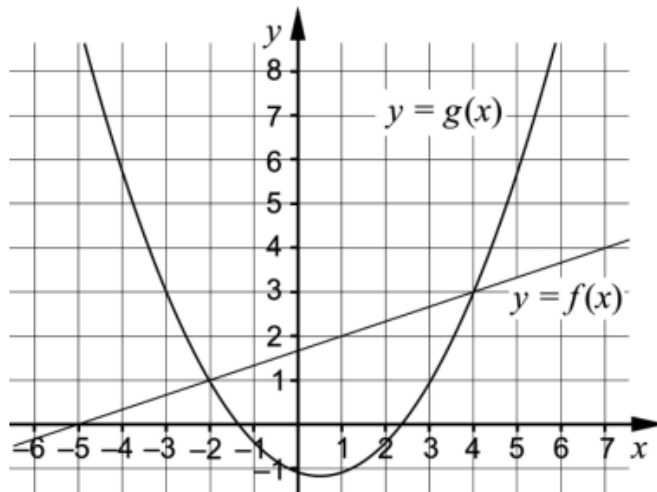
c) Bestäm $f(g(x))$ och avgör huruvida det stämmer att

$$f(g(4)) = 2 \cdot 4 - 1.$$

2/1/1



21. Koordinatsystemet visar graferna till en rät linje f och en andragsfunktion g .



Besvara frågorna med hjälp av graferna.

- a) För vilka värden på x gäller att $g(x) < 3$? _____ (0/2/0)
- b) För vilka värden på x gäller att $f(x) - g(x) = 0$? _____ (0/0/1)

22. Låt $g(x) = x^2 + 2x$ och $h(x) = 5 - x$.



- a) Skriv ett förenklat uttryck för $g(x) + h(x)$.
- b) Beräkna $g(x) - h(2)$.
- c) Skriv ett förenklat uttryck för $g(2x) + h(x + 1)$. 1/2/1

23. $f(x) = 2x - 4$ och $g(x) = 3x + 1$



Bestäm $f(g(2))$ Svar: $f(g(2)) =$ _____ (0/0/1)

24. För funktionen f gäller att $f(x) = 2x - a$



För vilka värden på a gäller att $(f(1))^2 = 4$? _____ (0/2/0)

25. En hyrbil kostar 375 kr att hyra per dygn. För det priset får du köra 100 km. Om du kör en längre sträcka, tillkommer en kostnad på 2,50 kr per km.



- a) Vilken eller vilka av nedanstående formler behövs för att beskriva hur kostnaden K kr beror av körsträckan x km? Ringa in ditt/dina svar.

$K = 375$

$K = 375 + 2,50x$

$K = 375 + 2,50x + 100$

$K = 375 + 2,50(x - 100)$

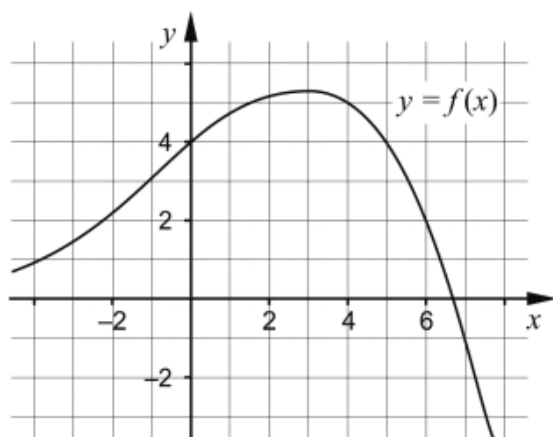
$K = 475 + 2,50x$

(0/1/1)

- b) Ange definitionsmängd för ditt/dina formelval. Redovisa din lösning.

(0/2/1)

26. Figuren visar grafen till funktionen f där $y = f(x)$.

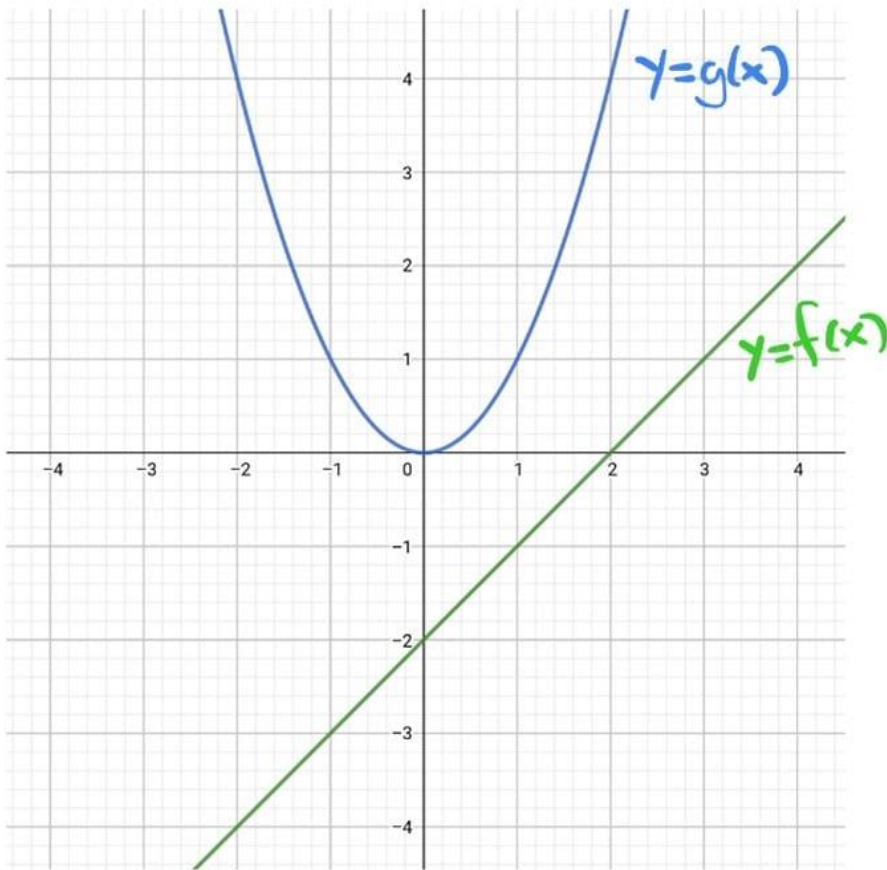


- a) Använd grafen och bestäm a om $f(a) = -1$ _____ (0/1/0)

- b) Använd grafen och bestäm $f(b)$ då $f(b-1) = 4$

_____ (0/0/2)

27.



- a) Bestäm $f(g(-1))$ 0/0/1
- b) Bestäm $g(f(-1))$ 0/0/2
- c) Lös ekvationen $f(x+3) = 2$ 0/0/1
- d) Lös ekvationen $f(x+1) = -g(x)$ 0/0/2
- e) Lös ekvationen $f(g(x)-3) = 3$ 0/0/2

28.

Givet är funktionerna $f(x) = 2x$ och $g(x) = 5 - x$.

Lös ekvationen $f(3 - g(x)) = g(x)$ 0/0/2

29.

Bestäm den linjära funktionen $y = f(x)$ om $f(5) - f(2) = 12$
och $f(10) = 22$.

0/0/2

30.

För en funktion f där $f(x) = kx + m$ gäller att

- $f(x+2) - f(x) = 3$
- $f(4) = 2m$

Bestäm funktionen f .

(0/0/2)



Exponentialfunktioner

1. Det ursprungliga priset på en vara är 2 000 kr. Varans värde ökar med 5 % per år. y är varans pris och x är antalet år efter inköp. Vilket av följande samband beskriver prisutvecklingen? Ringa in ditt svar.



$$y = 1,05 \cdot x + 2000$$

$$y = 2000 \cdot 1,05^x$$

$$y = 2000 \cdot 0,95^x$$

$$y = 2000 \cdot 1,05x$$

$$y = 2000(x + 5)$$

(0/1/0)

2. En bil kostar 420 000 kr i inköpspris. Bilens värde minskar med 15 % per år. Skriv en funktion y som beskriver bilens värde i kronor x år efter inköp.

Svar: _____ (1/0/0)



3. Moa tror att värdet på hennes aktiefonder kommer stiga med 8 % per år i genomsnitt och har därför skrivit upp modellen $f(x) = 4500 \cdot x^{0,08}$.

- a) Hon har tyvärr inte gjort helt rätt. Korrigera hennes formel så att den stämmer. (Endast svar krävs).
- b) När är värdet på hennes aktiefonder 8000 kronor om hon har rätt i att värdet ökar med 8 % per år?

2/1/0

4. Stina har satt in pengar på ett bankkonto med fast årsränta. Följande funktion kan användas för att beräkna hur mycket pengar, i kronor, som finns på bankkontot:

$$f(x) = 10\,000 \cdot 1,04^x$$

där x är antal år efter att hon har satt in pengarna på bankkontot.

- a) Vilken räntesats fick hon av banken?
Endast svar krävs.

(1/0/0)

- b) Beräkna $f(5)$
Endast svar krävs.

(1/0/0)

5. Nedan presenteras fyra olika situationer. Ange med ett kryss för varje situation om den kan beskrivas med en linjär modell eller en exponentiell modell.



	Linjär modell	Exponentiell modell
Antalet bakterier i en odling ökar beroende på tiden, när antalet bakterier dubblas varje timme.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalvikten på en lastbil ökar beroende på mängden sand som lastas på flaket.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Volymen vatten i en hink minskar beroende på tiden, när vattnet rinner ut med 2 cl per minut.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Volymen på en deg ökar beroende på tiden, när degens volym ökar med 5 % var tionde minut.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

(0/2/0)

6. Nedan presenteras fyra olika situationer. Ange med ett kryss för varje situation om den kan beskrivas med en linjär modell, exponentiell modell eller potensmodell.



	Linjär modell	Exponentiell modell	Potensmodell
Totalvikten på en lastbil ökar beroende på mängden sand som lastas på flaket.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Bromssträckan för en bil beror på bilens hastighet i kvadrat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Volymen på en deg ökar beroende på tiden, när degens volym ökar med 5 % var tionde minut.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Volymen vatten i en hink minskar beroende på tiden, när vattnet rinner ut med 2 cl per minut.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

(0/2/0)

7. Johanna håller kaffe med temperaturen $92\text{ }^\circ\text{C}$ i en termos. Hon ställer sedan termosen utomhus där temperaturen är $15\text{ }^\circ\text{C}$. För att beskriva hur temperaturen $y\text{ }^\circ\text{C}$ hos kaffet förändras med tiden x timmar undersöker hon två olika modeller.

Formel för modell A: $y = 92 - 7x$

Formel för modell B: $y = 92 \cdot 0,93^x$

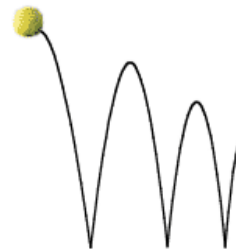
- Beräkna kaffets temperatur efter tre timmar enligt formel A och enligt formel B.
- Beskriv med vardagligt språk vad formel A respektive formel B säger om *hur* temperaturen sjunker.
- Undersök för hur många timmar som formeln för modell A respektive B kan gälla och ange de båda funktionernas definitionsmängder.

1/2/2

8. En boll släpps ner på golvet. Studshöjden beskrivs med formeln $b = 2,0 \cdot 0,65^x$, där b är studshöjden i meter och x är antalet studsar. Redovisa svaren i rutan.



- Vad innebär $2,0$ i formeln?
- Vad beräknas med uttrycket: $2,0 \cdot 0,65^4 - 2,0 \cdot 0,65^5$
- Vilken *fråga* ger lösningen till följande olikhet svar på:
 $0,5 < 2,0 \cdot 0,65^x$



(0/1/0)

(0/2/1)

(0/0/2)

-
9. I en större stad bodde det 126 476 personer den 1 januari 2015. Tre år senare bodde där 121 417 personer.

Hur många kommer det bo i staden den 1 januari 2025 om vi antar att förändringen fortsätter på samma sätt och är exponentiell?

0/1/1

(Det är dock *relativt orimligt* att befolkningen ökar exponentiellt, men det var ett antagande i den här uppgiften).

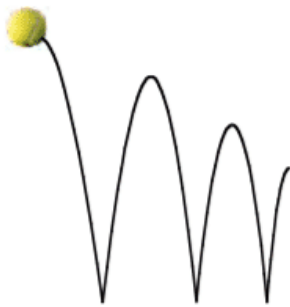
-
10. Kalle har satt in 5000 kr på banken. Han får otroliga 5 % ränta. Lisa har satt in 4000 kr på banken och får 8 % ränta. När har de lika mycket pengar på banken?

Visa med ditt digitala hjälpmedel hur du *grafiskt* kan bestämma lösningen på problemet.

Kommentar: I videolösningen används programmet GoeGebra, men samma princip fungerar på exempelvis Desmos eller grafitande räknare.

2/0/0

-
11. En boll släpps från 100 cm:s höjd ner på ett golv. Efter första studsens studsar bollen upp 80 cm över golvet. Bollen fortsätter att studsa på samma sätt, så att varje ny höjd blir 80 % av närmast föregående höjd.



- a) Efter hur många studsar är studshöjden lägre än 20 cm? (1/1/1)
- b) Från vilken fallhöjd måste bollen släppas om den efter första studsens ska nå 108 cm över golvet? (0/2/0)
- c) Beskriv med ord eller formel sambandet mellan bollens fallhöjd, antalet studsar och studshöjd. (0/1/1)
-

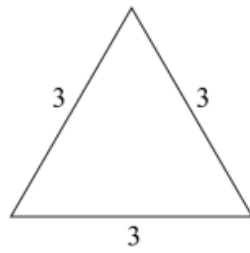
12.

I slutet av år 2020 hade Sverige 10,4 miljoner invånare, vilket var 1,5 miljoner fler än 20 år tidigare.

- a) Ställ upp en matematisk modell (funktion) som skulle kunna beskriva antalet invånare *i tusental*, x år efter slutet av år 2000. Gör här antagandet att förändringen varit linjär och att invånarantalet ökat med (ungefär) lika många personer per år.
- b) Skriv en funktion för hur befolkningmängden *i tusental* kan beskrivas om antalet istället ökat exponentiellt.

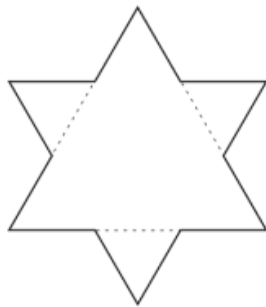
0/2/2

13. För att konstruera ett mönster som liknar snöflingor kan man göra som den svenska matematikern Helge von Koch. (3/2/4)
Utgå från en liksidig triangel med sidan 3, se bild.

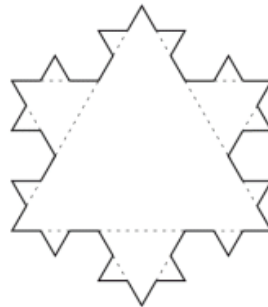


ursprunglig triangel

Dela in varje sida i den ursprungliga triangeln i tre lika långa sträckor. Den mittersta sträckan utgör nu sidan i en ny liksidig triangel. En ny figur med större omkrets har nu bildats, figur 1. Upprepa proceduren för att skapa nästa figur, figur 2.



figur 1

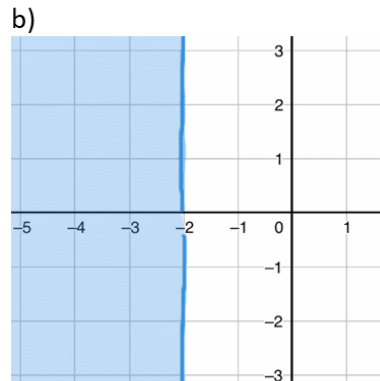
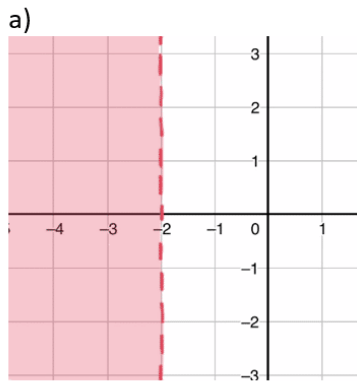


figur 2

- Den ursprungliga triangeln har omkretsen 9. Beräkna omkretsen för figur 1.
- Beräkna omkretsen för figur 2.
- Omkretsen ökar för varje figur. Beräkna förändringsfaktorn från figur 1 till figur 2.
- Omkretsen ökar exponentiellt för varje figur. Skriv en exakt formel för omkretsen O för figur n .
- Vilket nummer har den figur som har omkretsen $\frac{2^{16}}{3^6}$?

Olikheter i planet

1. Skriv olikheterna som är markerade med färg i koordinatsystemen nedan.



2/0/0

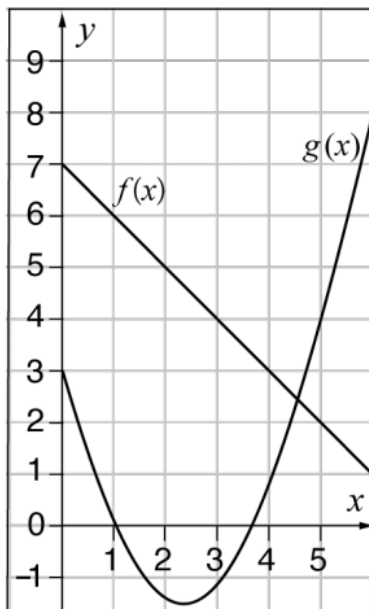
2. Markera i ett koordinatsystem områdena som beskrivs av olikheten:



- a) $y \leq 2$
- b) $y < 2$
- c) $x \geq 4$
- d) $y \geq 2x - 1$

3/1/0

3. Skugga det område i koordinatsystemet där $f(x) \leq y \leq g(x)$

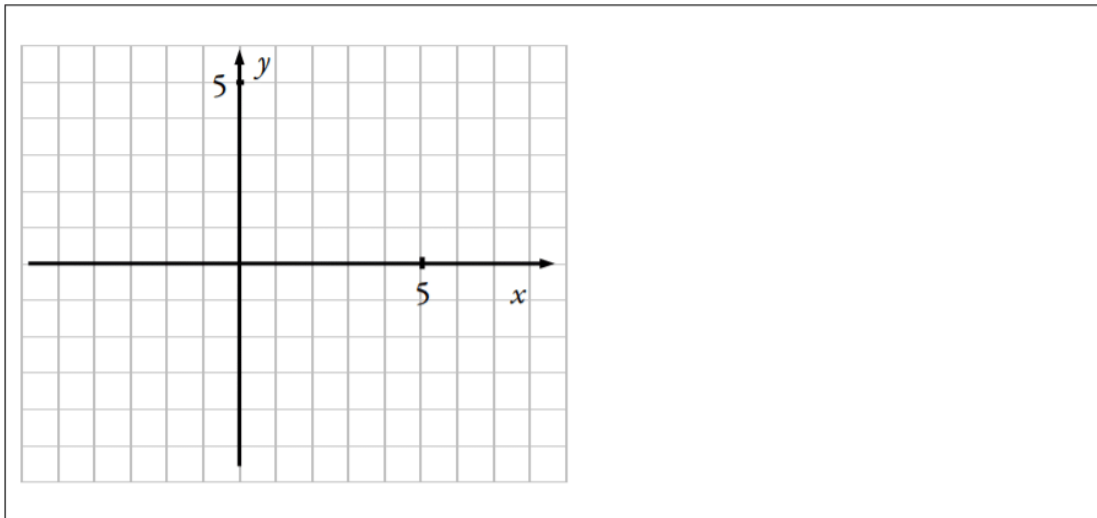


(0/0/1)

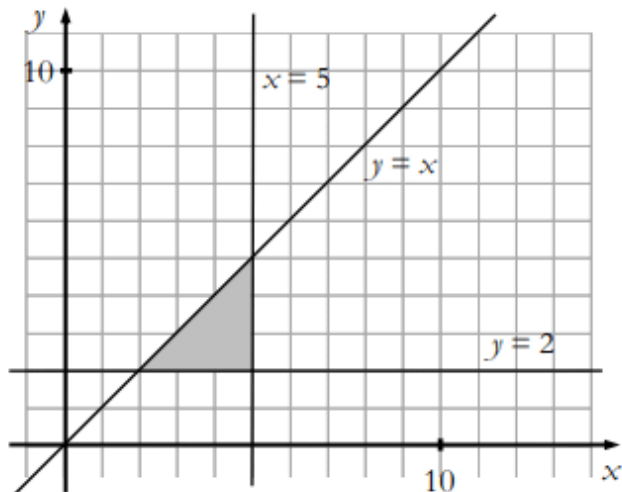
4. Skissa i koordinatsystemet det område där punkterna uppfyller följande två villkor; $x + y \leq 0$ och $x \geq 2$. Motivera din skiss.



(0/2/2)



5. Teckna olikheterna som tillsammans begränsar det skuggade området. Skriv ditt svar i rutan.



Svar:

(0/1/1)

6. Bilden visar ett "system av olikheter". Rita ett koordinatsystem och markera det område som uppfylls av samtliga tre olikheter.



$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 6 \end{cases}$$

0/0/2

Kommentar: I videoförklaringen låter jag området som är vitt vara det område som uppfyller olikheterna. Detta går bra, bara man tydligt skriver ner att det är vita området som avses.

Sannolikhet

1. Robin har fem kort som visar olika former.
Han blandar korten och tar slumpvis ett kort.



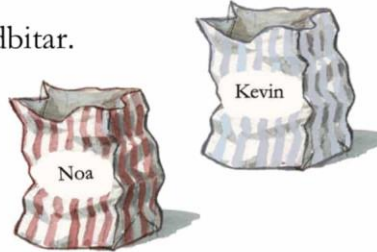
Hur stor är sannolikheten att han tar ett kort med en fyrhörning?

Svar: _____ (1/0/0)

2. Kevin och Noa har varsin påse med chokladbitar.
Båda påsarna har följande blandning:



8 bitar ljus choklad
7 bitar mörk choklad
6 bitar vit choklad



- a) Kevin tar en chokladbit ur sin påse. Hur stor är sannolikheten att han tar en bit *vit* choklad?

Svar: _____ (1/0/0)

- b) Noa tar två chokladbitar ur sin påse. Hur stor är sannolikheten att han tar två bitar *ljus* choklad?

Redovisa din lösning här.

(0/1/2)

3.

13. I en skål ligger 6 hallonbåtar och 4 lakritsbåtar. Om du vill kan du ta hjälp av trädidiagrammet när du löser uppgifterna.



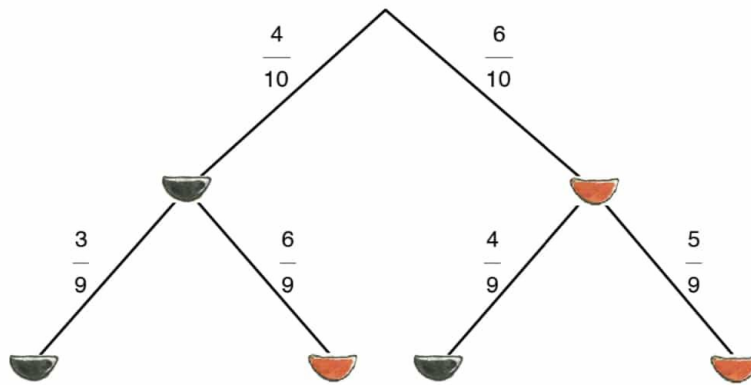
- a) Du tar *en* godisbåt utan att titta. Hur stor är sannolikheten att du får en lakritsbåt?

Svar: _____ (1/0/0)

- b) Du tar *två* godisbåtar utan att titta. Hur stor är sannolikheten att du får två hallonbåtar?

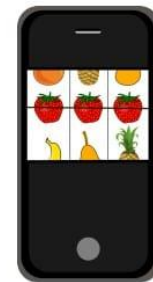
Redovisa din lösning här.

Svar: _____ (0/1/1)



4.

- På festivalen kan man tävla om att få träffa en artist. Tävlingen genomförs med hjälp av en spelapp. Man ska få tre likadana frukter på en rad för att vinna (se bild). Det finns 5 olika sorters frukter. En frukt av varje sort kan slumpas fram till varje position. Hur stor är sannolikheten att få tre likadana frukter på en rad?



(0/1/1)

5.

- Lena har en påse med 2 gula och 3 blå vantar. Hon tar 2 stycken vantar utan att titta vilken färg de har. Vilken beräkning kan användas för att bestämma sannolikheten för att hon tar de två gula vantarna? Ringa in ditt svar.



$$\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \quad \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} \quad \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{4} \quad \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \quad \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4}$$

(1/0/0)

6. Du slår en vanlig sexsidig tärning tre gånger. Bestäm sannolikheten att du först får en etta, sedan en fyra eller femma och sist ett udda tal.



1/0/0

7. Du har precis slagit en sexa med en sexsidig tärning. Bestäm sannolikheten att nästa slag också blir en sexa.



1/0/0

8. På en fröpåse står det att grobarheten är 80 %. Det betyder att i genomsnitt groer 8 av 10 frön.



- a) Hur många frön kommer sannolikt att gro om du sår 25 frön? (1/0/0)
b) Hur stor är sannolikheten att båda fröna groer om du sår två frön? (0/1/0)
c) Hur stor är sannolikheten att bara ett frö groer om du sår två frön? (0/2/0)

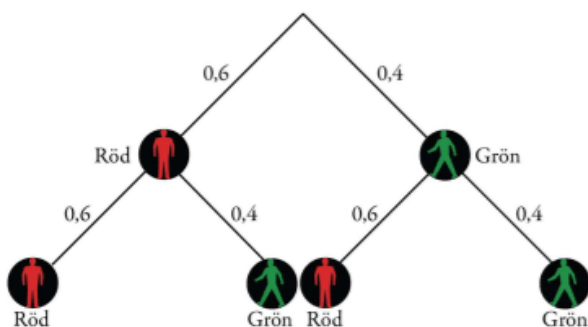
9. Leo singlar slant två gånger i rad. Vad är sannolikheten att han, oberoende av ordning, får precis en krona och en klave?



Svar: _____ (0/1/0)



10. På väg till centrum går Alex över två övergångsställen. Träddiagrammet visar sannolikheten för röd respektive grön gubbe. Hur stor är sannolikheten att Alex får röd gubbe precis en gång? (1/1/0)



11. På en tärning har alla sidor olika färg. En sida är röd.
Sannolikheten att få röd tre gånger i rad
när man kastar tärningen är $\frac{1}{64}$
Hur många sidor har tärningen?



Svar: _____ (0/1/0)

12. I en påse finns två lika stora karameller kvar.
Den ena är grön. Den andra karamellen är röd
eller grön. Om man plockar upp en karamell,
hur stor är då sannolikheten att karamellen som
man plockar upp är grön? Redovisa din lösning i rutan.



Svar: _____ (0/2/0)

13. I en byrålåda ligger 10 randiga sockor och 10 prickiga. Om du tar upp
två stycken utan att titta, hur stor är då sannolikheten att du tar upp
en av varje?



0/1/0

14. Bilden ska föreställa ett lyckohjul...
Mia får snurra två gånger på hjulet
och om summan blir 13 så vinner
hon högsta vinsten.

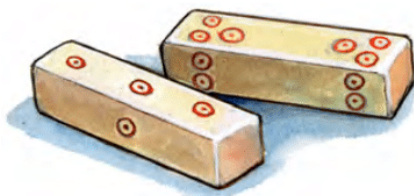


Bestäm sannolikheten att summan
blir 13.



1/1/0

15. Romarna spelade med en symmetrisk fyrsidig tärning som kallades talus. Sidorna hade 1, 3, 4 och 6 prickar. Anta att man kastar två talustärningar och sedan adderar antalet prickar.



- a) Vilken är den mest sannolika summan? (1/2/0)
- b) Hur stor är sannolikheten att minst en av tärningarna visar ett jämnt antal prickar? (0/2/0)

16. I en påse ligger fyra lika stora kulor, två röda och två svarta.



Bestäm följande sannolikheter om du utan att titta tar en kula ur påsen:



- a) $P(\text{kulan är svart})$
b) $P(\text{kulan är svart eller röd})$
c) $P(\text{kulan är grön})$

Bestäm följande sannolikheter om du istället tar två kulor, en i taget, från påsen. Du lägger inte tillbaka någon av kulorna.

- d) $P(\text{första kulan är svart})$
e) $P(\text{båda kulorna är svarta})$
f) $P(\text{båda kulorna har samma färg})$
g) $P(\text{kulorna har olika färg})$
h) Vad kan du beräkna med uträkningen $\frac{6}{6} - \frac{1}{6}$ i det här sammanhanget?

2/2/0

17.



Mia testar ett skidskyttegevär. Det är $\frac{2}{5}$ chans att hon träffar den stora pricken (hela det svarta området) och $\frac{1}{8}$ chans att hon träffar den lilla pricken (det innersta svarta området).



Mia får skjuta två skott. Hon börjar sikta på den stora pricken. Om hon träffar det första skottet måste hon försöka skjuta nästa skott på den lilla pricken. Annars får hon prova en gång till på den stora.

Bestäm sannolikheten att

- a) hon missar det första skottet, men träffar det andra.
- b) hon träffar exakt en gång.
- c) hon får minst en träff.

1/2/0

18.

Ali håller fyra kort från en kortlek i sin hand. Han ser att det är två ess och två treor. Han blandar sedan korten och drar slumpmässigt först ett kort och sedan ett kort till. Bestäm sannolikheten att åtminstone ett av korten är ett ess. Motivera också dina uträkningar genom att rita ett träd-diagram som beskriver situationen.



0/2/0

19. Jonas gör en undersökning av vad summan oftast blir om man kastar två sexsidiga tärningar samtidigt. Nedan ser vi resultatet av hans undersökning i en frekvenstabell.

a) Fyll i rätt värden i kolumnen för relativ frekvens.

Summa	Frekvens	Relativ frekvens
12		
11	4	
10	4	
9	6	
8	5	
7	8	
6	6	
5	3	
4	1	
3	1	
2		

Totalt antal kast:

Sju var den vanligaste summan i den lilla undersökning Jonas gjorde.

- b) Stämmer det att sju är den mest sannolika summan vid kast med två tärningar och i så fall, hur stor är sannolikheten att summan blir just sju?

0/3/0

20. Adam, Beata, Cissi och Einar ställer sig slumpmässigt direkt efter varandra i en kö till en kassa. Hur stor är sannolikheten att Beata står direkt efter Cissi?



0/1/1

21. Hugo är på en nöjespark och spelar på ett nummer på chokladhjulet. Chokladhjulet har 20 fält där ett av fälten ger vinst vid varje spelomgång.



- a) Hur stor är sannolikheten att han vinner två spelomgångar i rad?
- b) Hur stor är sannolikheten att han vinner *minst* en gång på sju spelomgångar?

(1/0/0)

(0/2/1)

22. Två sexsidiga tärningar kastas. Om produkten av antalet prickar på de båda tärningarna är jämn, hur stor är då sannolikheten att summan av antalet prickar på de båda tärningarna också är jämn?

(1/1/2)



23. I lördags skrev många elever Högscoleprovet. Jonas hinner inte med på slutet på ena delen och behöver chansa på de fem sista frågorna. På dessa frågor finns det fyra alternativ per fråga: A, B, C och D, där ett är rätt.

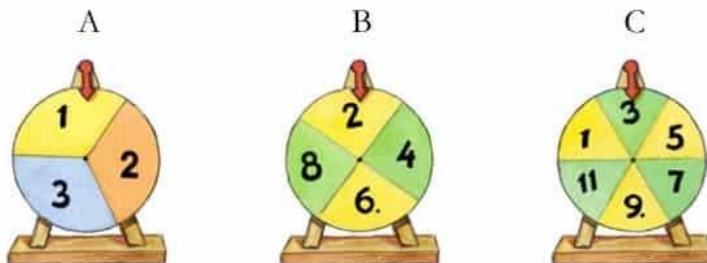
a) Bestäm sannolikheten att Jonas får minst ett rätt på dessa frågor.

1/0/0

b) Bestäm sannolikheten att Jonas får minst två fel på dessa frågor.

0/0/2

24. Svante ska snurra de tre hjulen A, B och C. Vad är sannolikheten att summan av vad de tre hjulen kommer att visa blir udda? Redovisa din lösning.



(0/1/2)

25.

I en vanlig kortlek finns 52 kort, lika fördelade mellan fyra olika "färger" (klöver, spader, hjärter och ruter).

Om du får fem slumpmässiga kort, vad är då sannolikheten att de fyra första du tittar på är av olika färg?

0/0/2

På en skolgård spelar barnen kula. Barnen kastar kulor mot pyramider som består av fyra kulor. Följande spelregler gäller:

Spelregler:

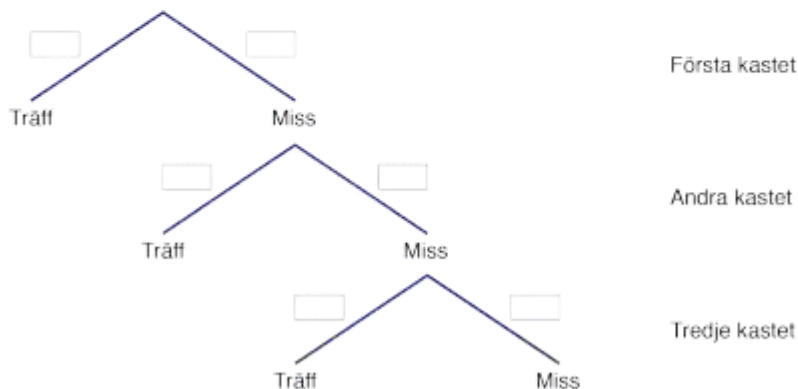
- Spelet spelas i par. En person som ställer upp en pyramid (uppställare) och en person som kastar kulor mot pyramiden (kastare).
- Kastaren kastar en kula i taget.
- En spelomgång pågår tills kastaren träffar pyramiden.
- Om kastaren träffar pyramiden så vinner hon/han de fyra kulorna som finns i pyramiden.
- Kastaren förlorar alltid den kula som hon/han kastar. Det gäller både om hon/han träffar pyramiden eller inte.



Camilla har under en dag observerat sin lillebror Niklas när han kastar kula. Av 150 kast har Niklas träffat pyramiden 15 gånger och missat 135 gånger.

Besvara följande frågor utifrån spelreglerna och Camillas observationer av hur ofta Niklas träffar eller missar.

- I. Hur stor är sannolikheten att Niklas träffar pyramiden i första kastet i en spelomgång?
- II. Rita av trädogrammet och ange sannolikheterna för träff och miss i de första tre kasten.



Om Niklas har fler kulor efter en spelomgång än före kallas det att "gå plus".
Om Niklas har färre kulor efter en spelomgång än före kallas det att "gå minus".

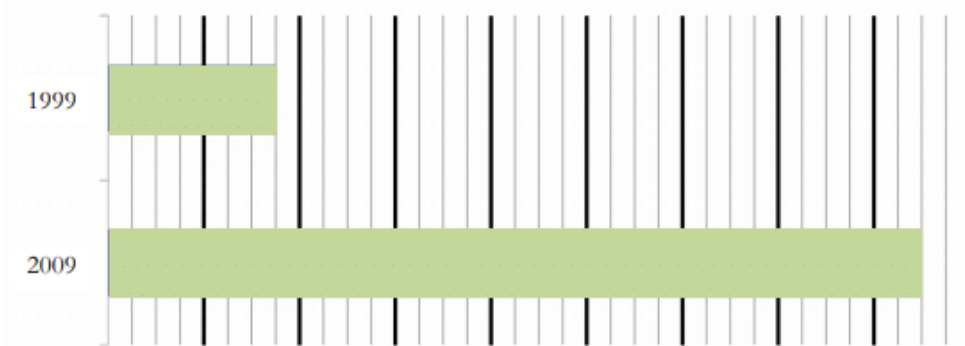
- III. Hur många kulor kan Niklas "gå plus" med i en spelomgång?
Anges samtliga möjligheter.
- IV. Hur stor är sannolikheten att Niklas "går plus" med *precis två* kulor i en spelomgång?
- V. Hur stor är sannolikheten att Niklas "går plus" med *minst en* kula i en spelomgång?
- VI. Hur stor är sannolikheten att Niklas "går minus" med *minst en* kula i en spelomgång? Motivera.



Statistik

Statistik och kalkylblad

1. Diagrammet nedan visar antalet internetanvändare i världen år 1999 och år 2009. År 1999 var det cirka 350 miljoner internetanvändare. Ungefär hur många användare var det år 2009? Redovisa din lösning.



Svar: _____

(2/0/0)

2. Tabellen visar uppskattad befolkningsförändring på jorden, år 2010.

	Födda	Döda	Ökning
År	131 940 516	56 545 138	75 395 378
Månad	10 995 043	4 712 095	6 282 948
Dygn	361 481	154 918	206 563
Minut	251	108	143
Sekund	4,2	1,8	2,4

Källa: U.S. Census Bureau

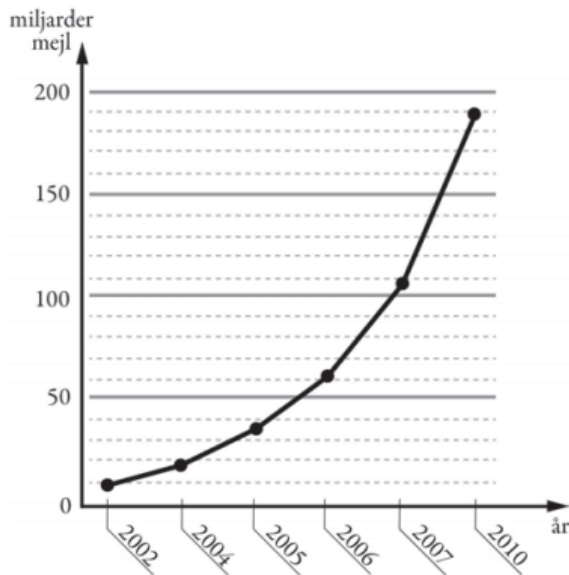
- a) I Sverige bor cirka 9 miljoner människor. Använd tabellen och beräkna ungefär hur lång tid det skulle ta för jordens befolkning att öka med 9 miljoner.
- b) Pelle påstår: ”För varje andetag jag tar föds det i genomsnitt en ny människa.” Kan Pelle ha rätt? Motivera ditt svar.

(2/0/0)

(0/1/0)

3. Diagrammet visar antalet miljarder mejl som i genomsnitt skickas i världen varje dag.

- a) Av alla mejl som skickas uppskattas att cirka 82 procent är spam (oönskade mejl). Ungefär hur många spam skickades under en dag år 2010? (2/0/0)
- b) Diagrammet är missvisande. Vad är det som är missvisande i diagrammet? (1/1/0)
- c) Om man skulle rita diagrammet korrekt, hur skulle det påverka utseendet på diagrammet? (1/1/0)



4. Jonna undersöker vad en glass har kostat olika år. Hon vill rita en graf över prisutvecklingen och använder ett kalkylprogram för detta. Hon ritade två diagram, som ser olika ut.

- a) Vilket diagram är missvisande och varför? (0/2/0)

Diagram 1

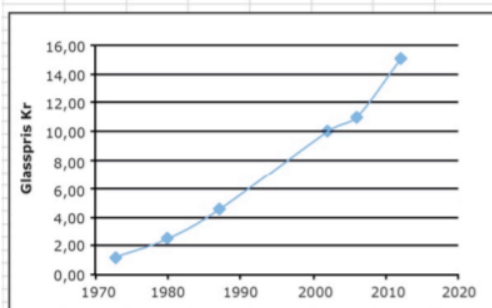
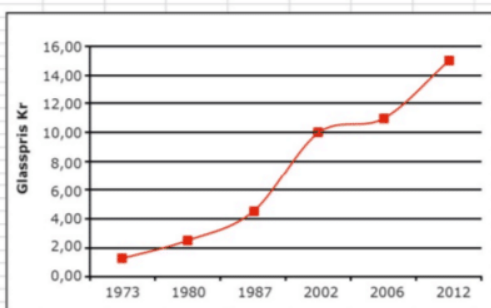


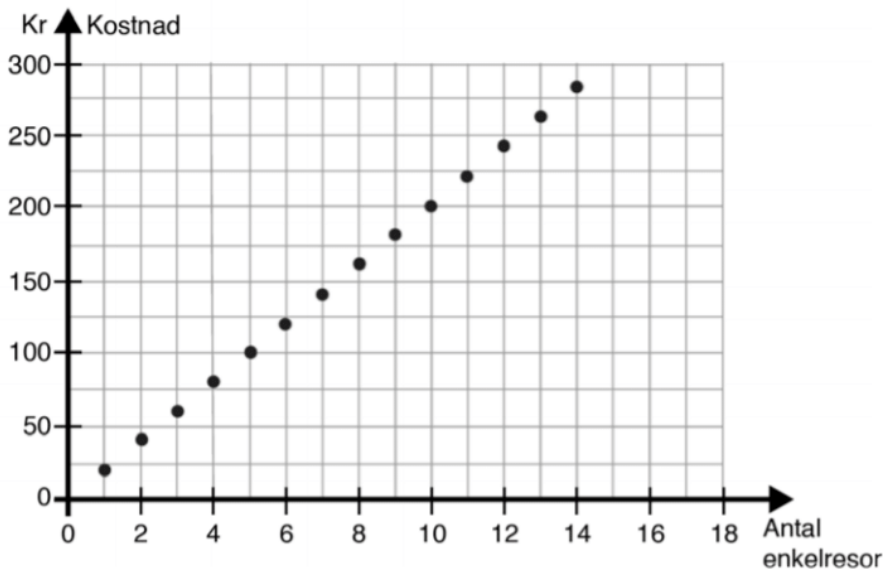
Diagram 2



5. Elin har börjat i en ny skola och behöver åka buss till och från skolan varje dag. Diagrammet visar kostnaden för enkelresor, det vill säga för en resa till eller från skolan.



- a) Ett månadskort kostar 230 kr. Hur många enkelresor måste Elin *minst* göra för att hon ska tjäna på att köpa ett månadskort?



Svar: _____ (1/0/0)

6. En formel för momsberäkning är inlagd i ett kalkylblad. Vad blir kostnaden med moms?

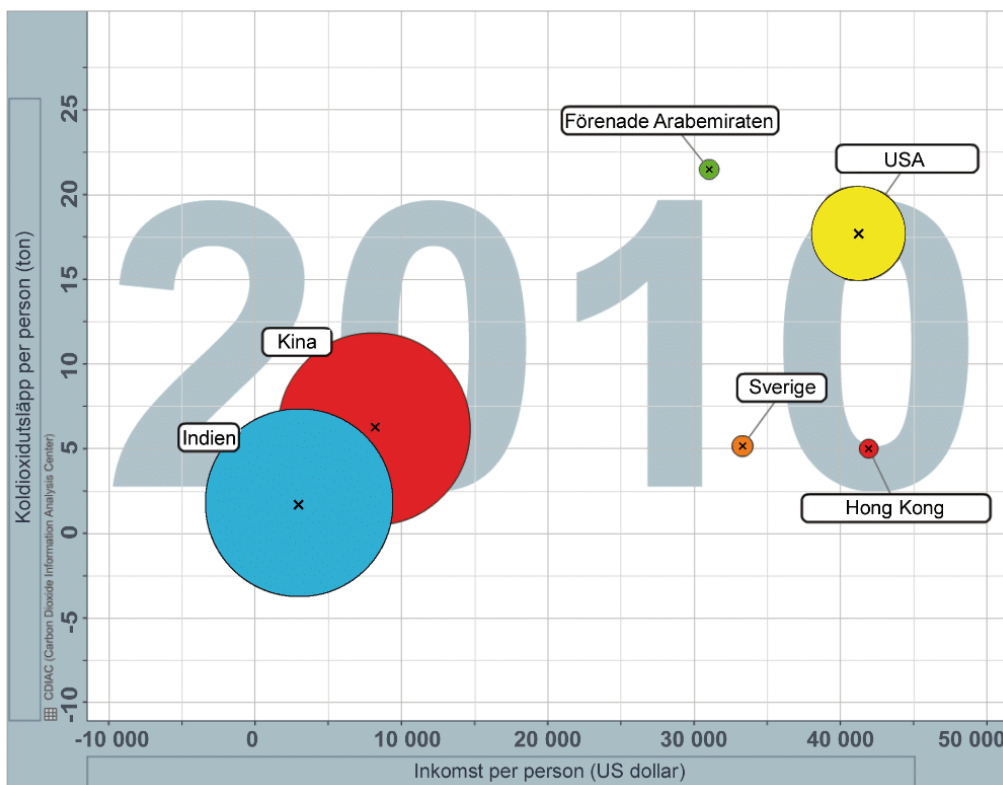


	A	B
1	Pris utan moms	800
2	Pris med moms	=1,25*B1
3		

Svar: _____ kr (2/0/0)



Diagrammet nedan visar koldioxidutsläpp per person i förhållande till inkomst per person för några länder år 2010. Länderna presenteras med cirklar där medelpunkten bestämmer landets läge i diagrammet och cirkelns area motsvarar befolkningens mängden i landet.



Besvara följande uppgifter med hjälp av diagrammet.

I Vilket land har störst koldioxidutsläpp per person? *Endast svar krävs.*

II I vilket land är inkomst per person lägst? *Endast svar krävs.*

III Ungefär hur många procent större är koldioxidutsläppet per person i Förenade Arabemiraten än i Sverige?

IV Cirkelnas area motsvarar befolkningens mängden i landet. Visa att detta stämmer för Indien och USA.

Land	Befolkning i miljoner, år 2010
Indien	1 225
USA	310

V Vilket land har störst koldioxidutsläpp totalt, Indien eller Hong Kong? Motivera.

VI I vilket land är förhållandet mellan koldioxidutsläpp per person och inkomst per person lägst? Motivera.

VII I ett annat land, som inte finns med i diagrammet, är förhållandet mellan koldioxidutsläpp per person och inkomst per person samma som i USA. I detta land är inkomst per person 25 000 dollar. Markera landets placering med ett kryss i diagrammet. Motivera placeringen.

Urval, felmarginal och signifikans

1. Beskriv vad som menas med begreppet populationen då en undersökning genomförs.



1/0/0

2. Några år i rad har en kommun undersökt hur eleverna på kommunens skolor tycker om skolmaten. I tabellen nedan syns andelen elever som i undersökningen angett att skolmaten är "god" eller "mycket god".

År	Andel	Felmarginal
2020	68,0 %	$\pm 4,6$ %
2021	78,2 %	$\pm 2,0$ %
2022	81,2 %	$\pm 12,6$ %

- a) Undersökningen som kommunen gjorde var en stickprovsundersökning. Förklara kortfattat vad som menas med det.

1/0/0

- b) Skriv ett konfidensintervall för hur stor andel av eleverna i kommunens skolor som år 2020 tycker att skolmaten är god eller mycket god.

1/0/0

- c) Ofelia studerar statistiken och säger:

Det verkar som att det är en signifikant ökning av andelen som tycker om skolmaten mellan år 2020 och år 2021, men att det inte är en signifikant förändring mellan år 2020 och år 2022.

Milton tittar frågande på henne och säger:

Eftersom det är högre andel år 2022 än 2021, så kan det du säger inte stämma.

Studera tabellen och avgör vem av dem som har rätt och varför.

0/2/0

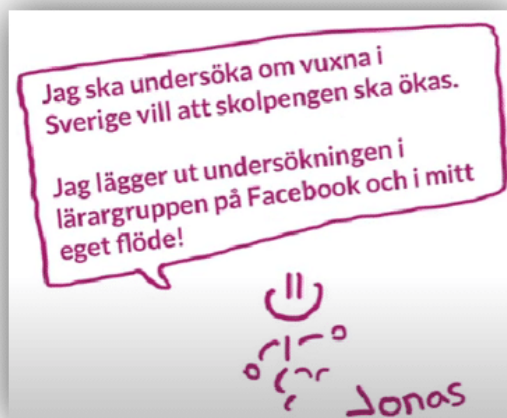
- d) Ge en möjlig förklaring till att felmarginalen skiljer så mycket mellan olika årtal.

0/1/0

3. Jonas är lärare och ska undersöka om vuxna i Sverige vill att skolpengen ska ökas. (Skolpengen är en ersättning som skolorna får för att bedriva undervisning för elever).



Han ska göra en enkätundersökning och funderar på att lägga ut en länk på sina egna sociala medier och be vuxna att besvara enkäten. Beskriv varför detta inte är en bra idé och varför slutsatserna ifrån undersökningen inte kommer vara tillförlitliga.



0/1/1

4. Förklara vad som är skillnaden mellan ett *obundet slumpmässigt urval* och ett *stratifierat urval* vid en undersökning.



0/1/0

5. Samma fråga har vid en undersökning ställts tre år i rad och i samtliga fall beräknades felmarginalen till $\pm 3\%$.



Nedan syns andelen som besvarat frågan med *Ja*.

År 2020: 65 %

År 2021: 68 %

År 2022: 77 %

Skriv konfidensintervallet för hur stor andel av populationen som år 2020 bör ha svarat *Ja* om hela populationen tillfrågades.

1/0/0

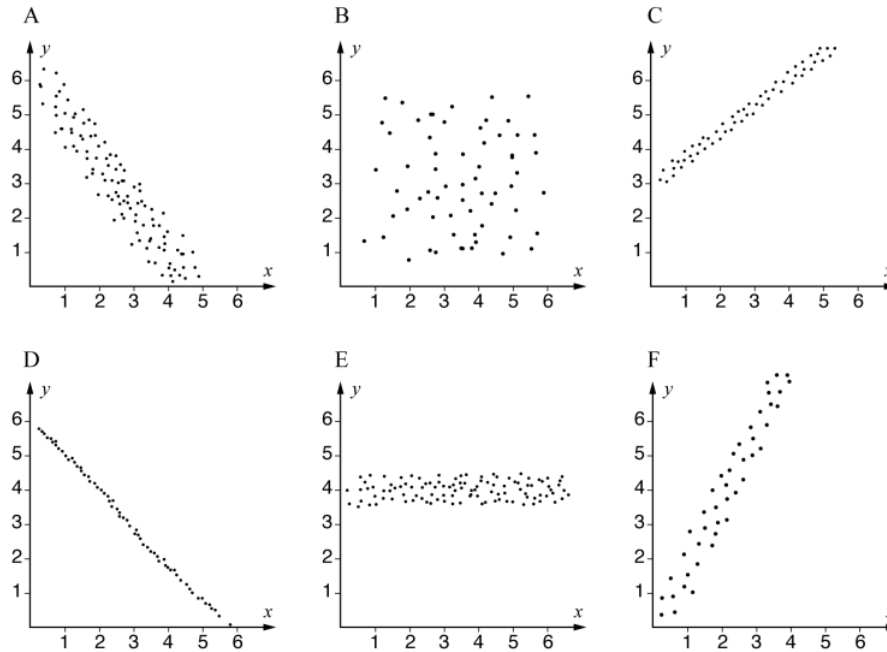
6. Beskriv vad som händer med felmarginalen om vi i stället i samma undersökning vill ange ett konfidensintervall som med 99 % säkerhet är korrekt. Ökar felmarginalen, minskar den eller förblir den densamma? Motivera dina slutsatser.



0/2/0

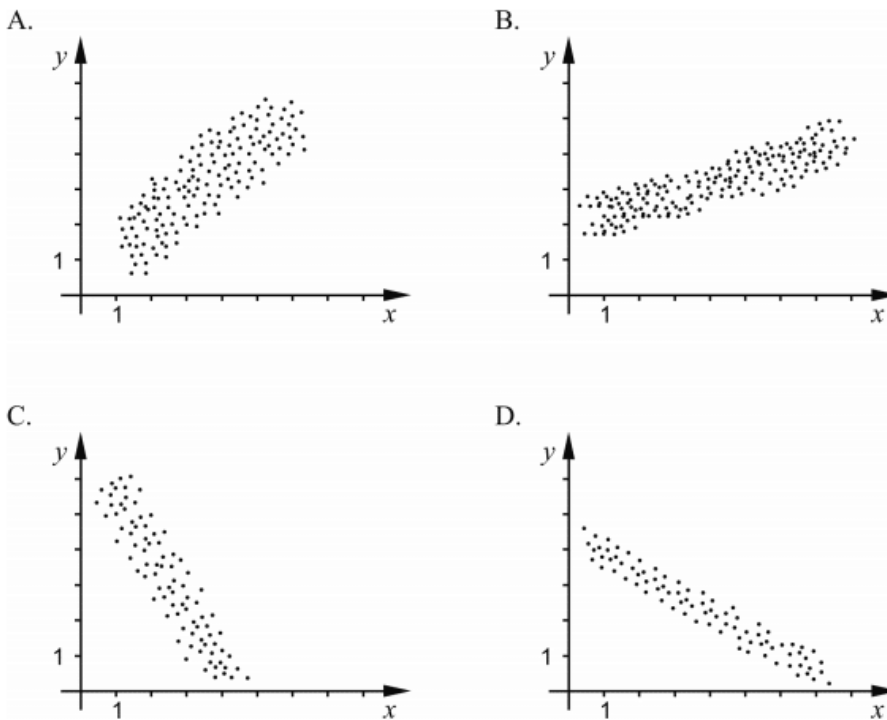
Korrelation, kausalitet och felkällor

1. I diagrammen visas sex olika korrelationer mellan variablerna x och y . Vilket av diagrammen A–F visar starkast korrelation?



Svar: _____ (1/0/0)

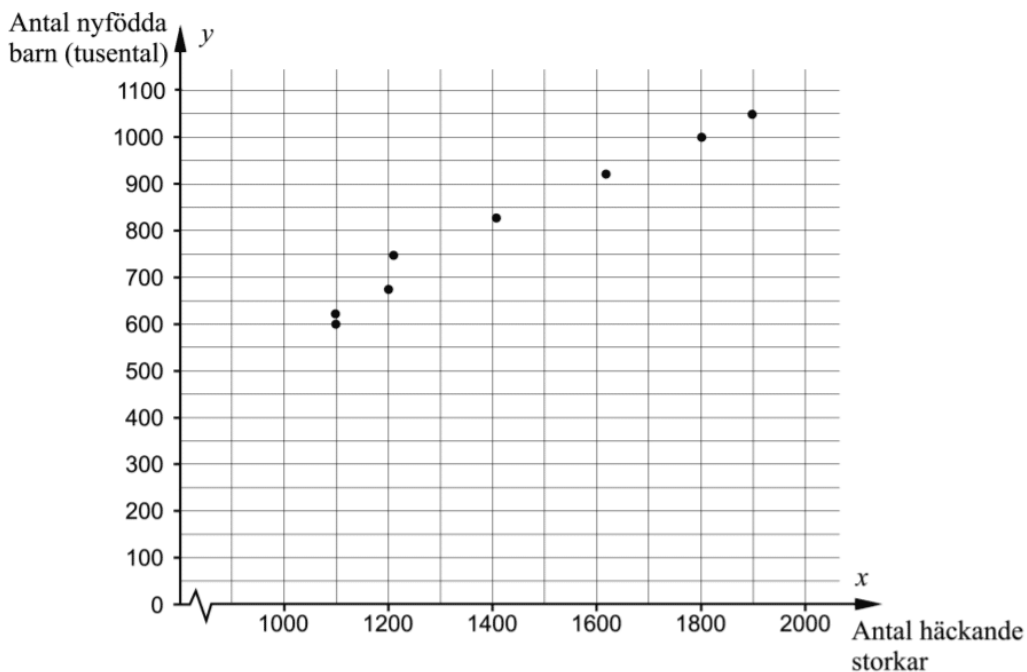
2. Nedan visas fyra spridningsdiagram A–D.



- a) Vilket/vilka av diagrammen A–D visar en negativ korrelation? Motivera. (2/0/0)
- b) Vilket av diagrammen A–D visar starkast korrelation mellan variablerna x och y ? Motivera. (0/1/0)

3. Nedanstående tabell och diagram visar antal häckande storkar respektive antal nyfödda barn i Västtyskland mellan åren 1965 och 1978.

År	Antal häckande storkar	Antal nyfödda barn (tusental)
1965	1900	1050
1966	1800	1000
1968	1610	920
1970	1405	825
1972	1208	750
1974	1200	675
1976	1100	620
1978	1100	600



- a) Bestäm ett linjärt samband mellan antal nyfödda barn i tusental, y , och antal häckande storkar, x . (0/2/0)
- b) Korrelationen mellan x och y är 0,99. Simon drar slutsatsen att det finns ett starkt orsakssamband mellan antal nyfödda barn i tusental och antal häckande storkar i Västtyskland.

Har Simon rätt? Motivera ditt svar. (0/1/0)

A-uppgifter från livesändning i Matematik 1

En del av dessa är extra knepiga och kanske svårare än vad som kommer på ett nationellt prov.

1. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

$$12 - 2x \left(3x \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{2x} \right) - \left(\frac{4}{5x} - \frac{1}{\left(\frac{3x}{6} \right)} \right) \right)$$

0/0/2



2. Utveckla först uttrycket samt skriv det därefter på gemensamt bråkstreck.

$$-\left(\frac{1}{a} + \frac{b}{3} \right) (a - 3b)$$

0/1/1



3. Lös ut variabeln m från den fysikaliska formeln.

$$\frac{mv^2}{r} = F - mg$$

0/0/1



4. Faktoriser följande uttryck så långt som möjligt.

$$2x(x + 2y) + y(x + 2y)$$

0/0/1



5. Skriv uttrycket nedan som en potens med basen a , om $\sqrt[6]{b} = a$.

$$\left(\sqrt{a^6} \cdot \sqrt[3]{b} \right)^{\frac{1}{6}}$$

(Utan digitala verktyg)

0/1/1



6. Beräkna $\sqrt{4^9}$ algebraiskt.

(Utan digitala verktyg)

0/0/2



7. Skriv uttrycket nedan i potensform.



$$32^3 \cdot \frac{4^3}{8^{-2}}$$

(Utan digitala verktyg)

0/0/1

8. Förenkla och svara i bråkform.



$$\left(\frac{3^{-2}}{7^{-1}}\right)^{-2}$$

(Utan digitala verktyg)

0/0/1

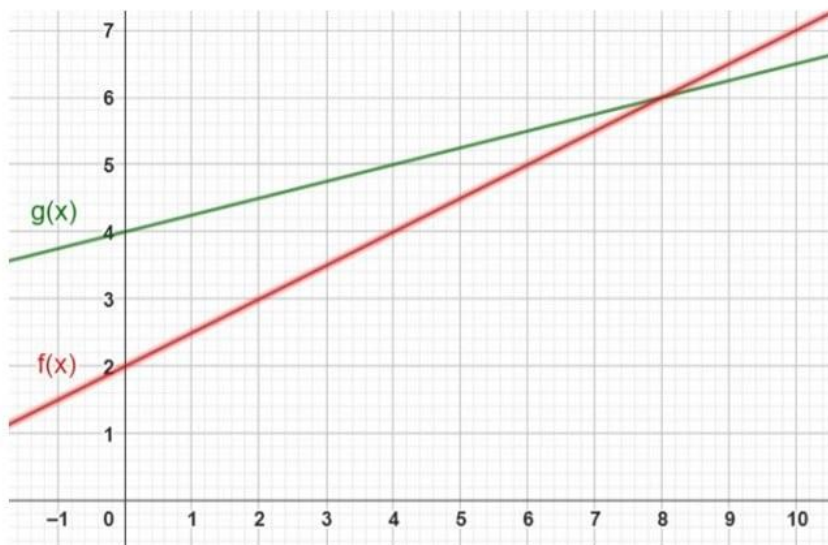
9. Bestäm värdet av xy^2 om $x = 2$ och $xy = \sqrt{12}$.



(Utan digitala verktyg)

0/0/1

10. Nedan syns graferna till de linjära funktionerna $f(x)$ och $g(x)$.

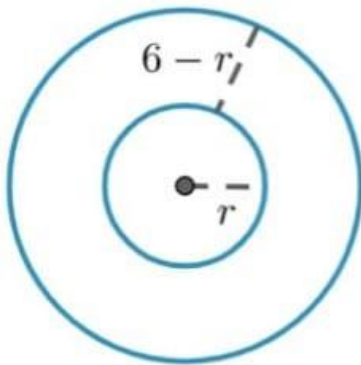


- Lös ekvationen $f(x + 1) = 4$.
- Bestäm $f(g(4))$.
- För vilka x är $4f(x) = 3g(x)$?
- Teckna funktionen $h(x) = f(g(x))$.

(Utan digitala hjälpmedel).

0/1/3

11. Figuren består av två cirklar med gemensam medelpunkt. Den lilla cirkeln har radien r och avståndet mellan cirklarna är $6 - r$.



Arean av området mellan cirklarna kan beskrivas med en funktion $A(r)$. Bestäm denna funktions definitionsmängd.

Endast svar krävs.

0/0/1

12. Rektanglar där kvoten av bredden och höjden har värdet $\frac{2}{1+\sqrt{5}}$ brukar kallas för gyllene rektanglar.

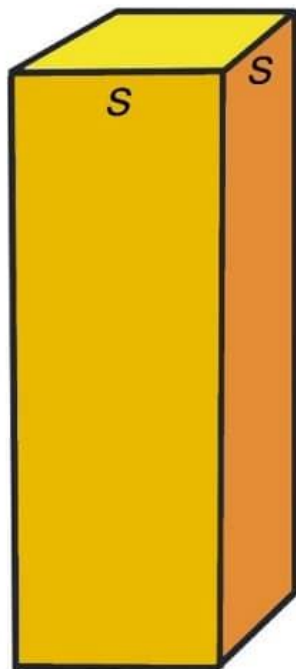


Teckna en funktion för hur arean på sådana rektanglar beror på dess bredd.

(Utan digitala verktyg)

0/1/1

13. Nedan syns ett rätblock med kvadratisk basyta. När kvadratens sidlängd varierar så varierar även höjden, så att rätblockets begränsningsarea är konstant med arean 80 cm^2 . (*Begränsningsarea är den sammanlagda arean av alla sex sidorna*)
Bestäm en funktion $V(s)$ för hur volymen beror på basytans sidlängd s .



(Utan digitala verktyg)

0/0/2

14. Bestäm ekvationen, samt konstanten a , för den räta linje som går igenom de tre punkterna $(-2, -7)$, $(a, 4a + 1)$ och $(2a, 5)$



(Utan digitala verktyg)

0/0/2

-
15. Ekvationen nedan representerar en linje i ett koordinatsystem. Bestäm linjens skärning med x-axeln, samt ange linjens k-värde.

$$\frac{y - 3}{5} - 2(3x + 2) = 2$$

(Utan digitala verktyg)

0/0/2



-
16. En rät linje går genom punkten $(7, 10)$ och har lutningen $\frac{5}{a}$.
Linjen skär även x-axeln där $x = -12a$.

Bestäm linjens ekvation.

(Utan digitala verktyg)

0/1/3



-
17. När värdet på a varierar rör sig punkten $(2a + 1, a)$ på grafen till funktionen $y = f(x)$.

Bestäm funktionen $f(x)$.

(Utan digitala verktyg)

0/0/2



-
18. Enligt en prognos förväntas folkmängden i en tätort öka med 5 % per år de närmaste 6 åren.

Hur stor förväntas den totala ökningen i procent vara under hela perioden?

(Med digitala verktyg)

0/0/1

-
19. I Axels spargris finns ett visst antal kronor. Ett år ökar beloppet med 50 %. Året därefter minskar det med 50 %. Efter det tredje året är beloppet dubbelt så stort som det var från början. Hur många procent var förändringen det tredje året?

(Med digitala verktyg)

0/1/1

20. En viss begagnad bil var i början av år 2018 vär 120 000 kronor. I början av år 2022 var värdet 85 000 kronor. När förväntas bilens värde ha halverats jämfört med år 2018 om vi förutsätter att förändringen är exponentiell?

(Med digitala verktyg)

0/1/1

21. Under en period på 8 år minskade antalet skickade sms med totalt 19 %. Hur stor var minskningen efter halva den tiden om förändringen skett exponentiellt?



(Utan digitala verktyg)

0/0/2

22. År 1985 var Annas månadslön före skatt 11 300 kr. Av detta betalade hon 35 % i skatt. År 1991 hade månadslönen stigit till 15 150 kr och skatteuttaget hade minskat till 27 %.

År	1985	1991
Lön före skatt (kr)	11 300	15 150
Skatt (%)	35	27
Konsumentprisindex (KPI)	153,8	227,2

Beräkna den procentuella ändringen av Annas lön efter skatt

- i löpande penningvärde
- i fast penningvärde (d.v.s. beräknat med hänsyn till KPI)

0/1/1

23. I en låda finns svarta och vita bollar. Om du tar en boll slumpmässigt är sannolikheten för att du tar en svart boll 0,4. Skriv ett uttryck för hur många svarta bollar lådan innehåller, om den innehåller v stycken vita bollar?



(Utan digitala verktyg)

0/0/2