Delprov B	Uppgift 1–8. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 9–18. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	150 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 61 poäng varav 21 E-, 23 C- och 17 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 15 poäng
D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 31 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 41 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 49 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ____________________

Födelsedatum: ____________________

Gymnasieprogram/Komvux: ____________________

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

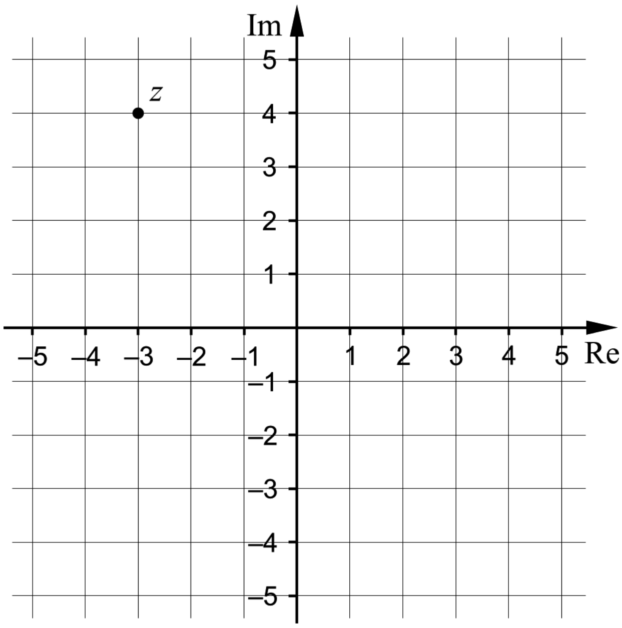
1. För funktionen f gäller att $f(x) = \sin 2x$.

a) Bestäm $f(\frac{\pi}{6})$. ____________________ (1/0/0)

b) Bestäm $f'(x)$. ____________________ (1/0/0)

2. Ange de lodräta asymptoterna till $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 4}$ ____________________ (2/0/0)

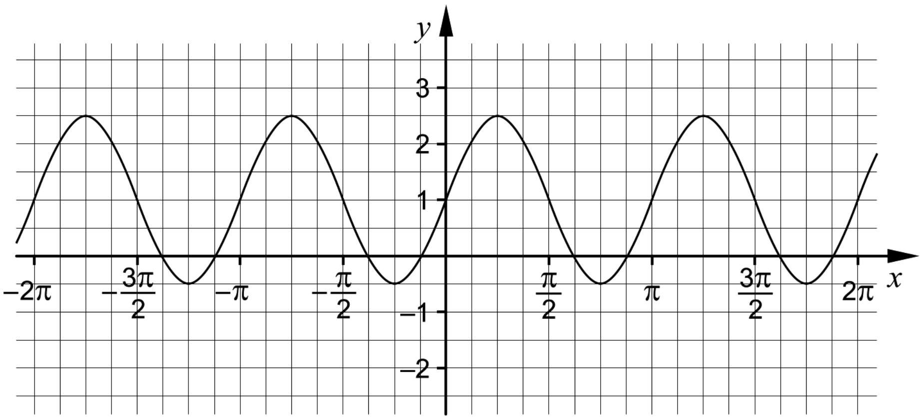
3. Figuren visar ett komplext talplan där talet z är markerat.



a) Bestäm $\bar{z}$. ____________________ (1/0/0)

b) Bestäm $|z|$. ____________________ (1/0/0)

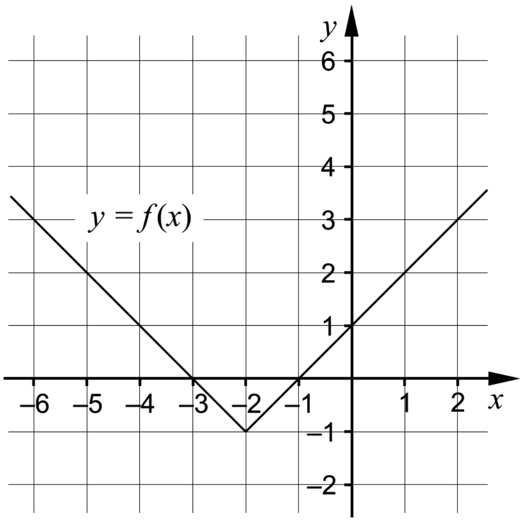
4. Figuren visar en sinuskurva.



Bestäm ekvationen för sinuskurvan
på formen $y = A\sin(kx) + B$.

$y =$ ______________________ (1/1/0)

5. Figuren visar grafen till $f(x) = a + |x + b|$.

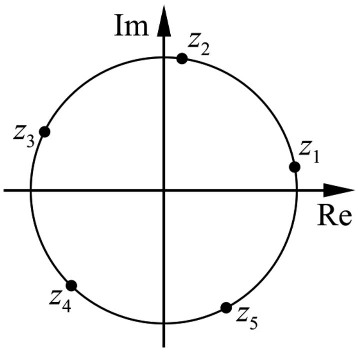


Bestäm konstanterna a och b.

$a =$ ______________________

$b =$ ______________________ (1/1/0)

6. Figuren visar cirkeln $|z| = 1$ i det komplexa talplanet. På cirkeln är de fem rötterna z_1, z_2, z_3, z_4 och z_5 till ekvationen $z^5 = \cos 50° + i \sin 50°$ markerade.



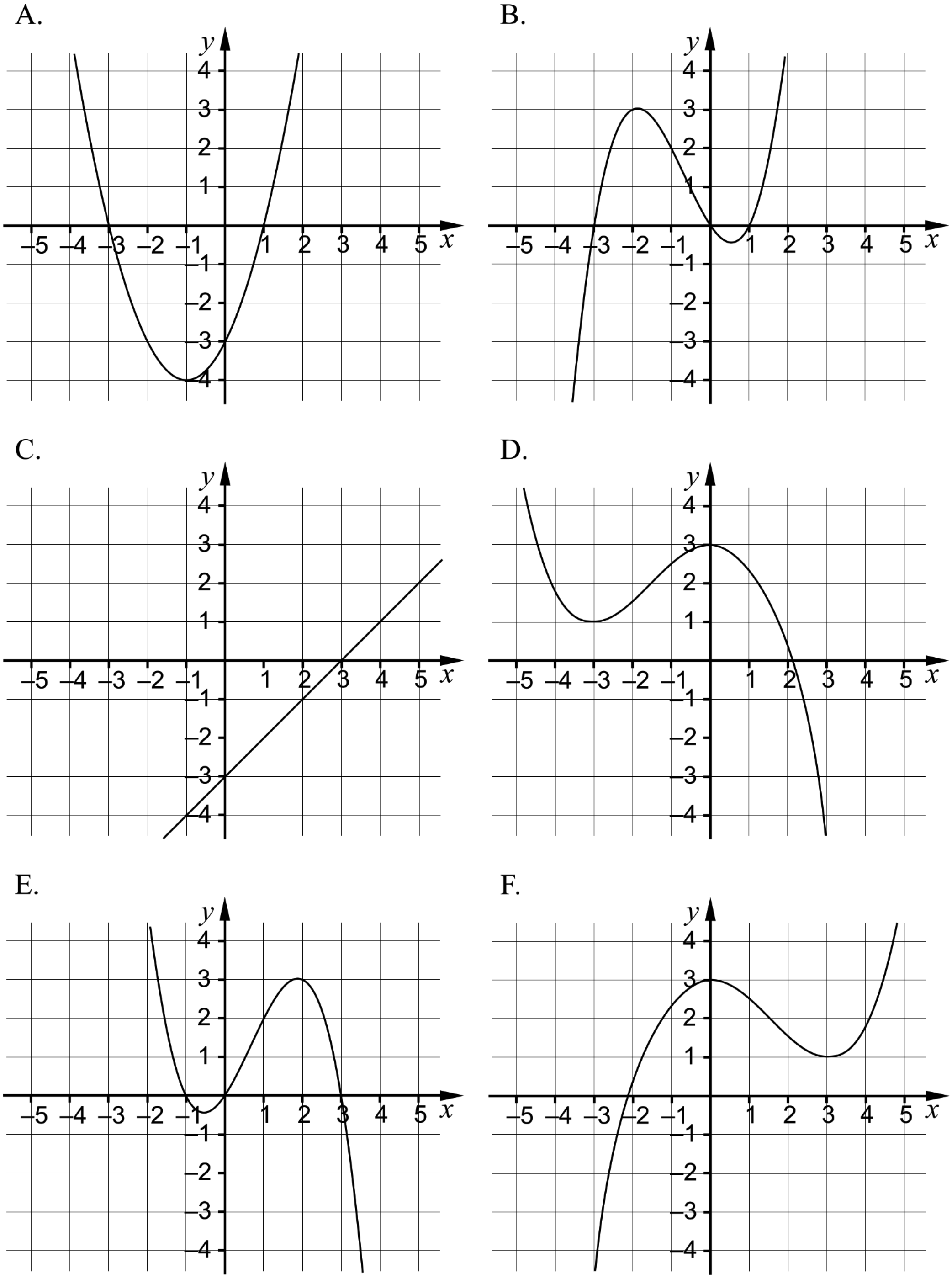
a) Bestäm $\arg z_1$ ______________________ (1/0/0)

b) Bestäm $\arg z_3$ ______________________ (0/1/0)

7. Chen ska derivera funktionen f. Han ser att funktionen är en produkt. Chen deriverar funktionen och får det korrekta svaret $f'(x) = 2x \cdot \sin x + x^2 \cdot \cos x$.

Bestäm funktionen f. ______________________ (0/1/0)

8. Figurerna A–F visar graferna till sex olika polynomfunktioner.



Två av figurerna A–F visar graferna till polynomfunktioner som är delbara med $x+3$
Vilka två? _______________________ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

9. Visa att $\dfrac{\sin 2x}{2\cos x} = \sin x$ för alla x där uttrycken är definierade. (2/0/0)

10. Lös ekvationen $\sin 3x = \dfrac{1}{2}$. Svara i grader. (2/1/0)

11. I de två komplexa talen $z_1 = a + a\mathrm{i}$ och $z_2 = (a+1) + (a-1)\mathrm{i}$
är konstanten a ett reellt tal och $a > 0$
Visa att $|z_1| < |z_2|$. (0/2/0)

12. Ekvationen $x^2 + ax + b = 0$ har en rot $x = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$
Bestäm de reella konstanterna a och b. (0/3/0)

13. En lösning till ekvationen $z^3 + 2z^2 + 5z + 10 = 0$ är $z = -2$
Bestäm övriga lösningar till ekvationen. (0/2/0)

14. Undersök hur antalet lösningar till ekvationen $B\sin 2x = 5$ i intervallet $0 \le x < 2\pi$ beror av värdet på konstanten B.
Motivera varför ekvationen har det antal lösningar som du påstår för de olika värdena på B. (0/2/1)

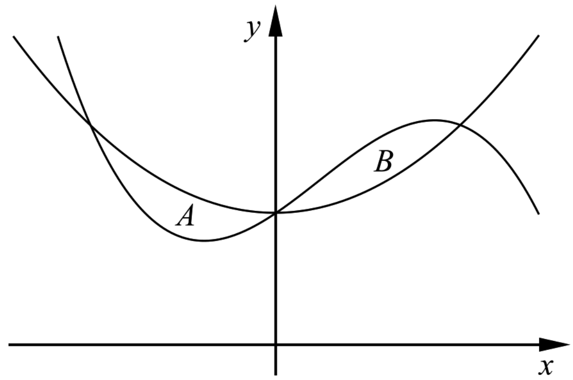
15. Bestäm konstanten a så att $\displaystyle\int_2^4 \left(\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x = \ln a$. (0/1/1)

16. Lös ekvationen $|z|^2 = 5z - 10\mathrm{i}$. (0/0/3)

17. För funktionerna f och g gäller att $f(x)=x^2+3$ och

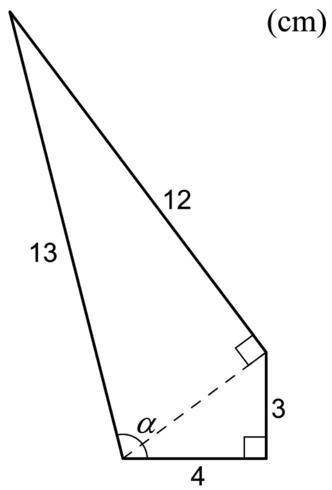
$g(x)=-x^3+x^2+kx+3$, där $k>0$

Graferna till funktionerna f och g innesluter områdena A och B, se figur.



Visa att arean av A är lika stor som arean av B oavsett värde på k. (0/0/4)

18. Figuren visar en fyrhörning indelad i två rätvinkliga trianglar.



En av fyrhörningens vinklar betecknas α.
Bestäm $\sin\alpha$. (0/0/2)

Delprov D	Uppgift 19–26. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 61 poäng varav 21 E-, 23 C- och 17 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 15 poäng
D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 31 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 41 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 49 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

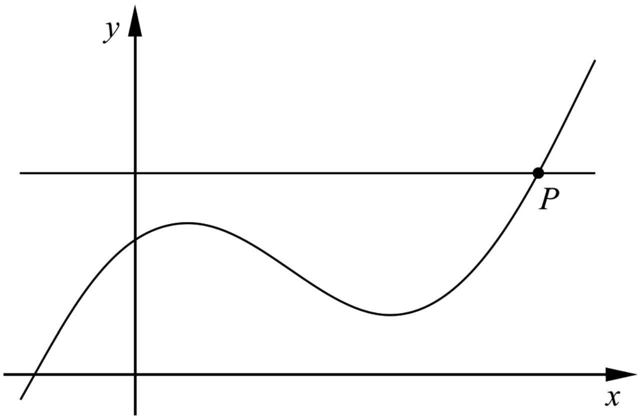
Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

19. Bestäm $f'(\frac{\pi}{5})$ om $f(x) = 2\cos 3x$. Svara med två decimaler.

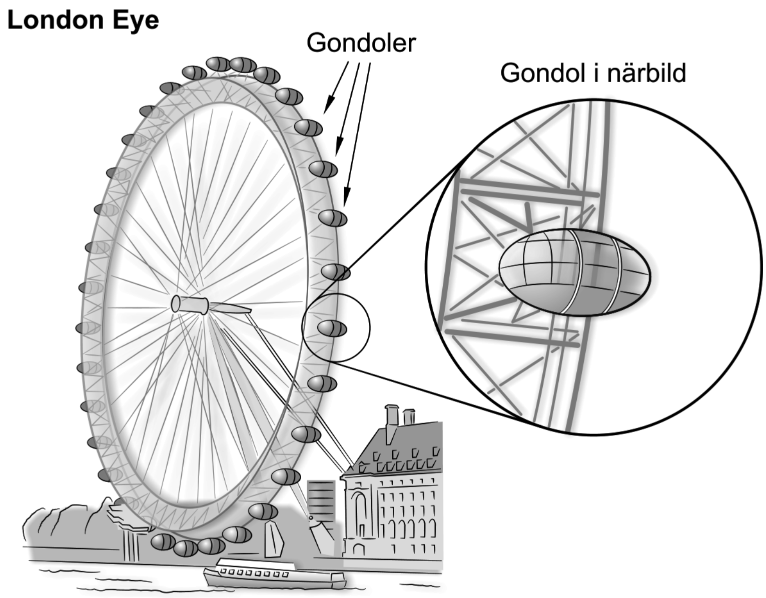
Endast svar krävs (1/0/0)

20. Figuren visar kurvan $y = x + 2\cos x$ och linjen $y = 3$ samt deras skärningspunkt P.



Bestäm lutningen på kurvan $y = x + 2\cos x$ i punkten P.
Svara med minst tre värdesiffror. (2/0/0)

21. Pariserhjulet London Eye har en diameter på 135 meter och ett varv tar 30 minuter.



En gondols höjd över marken kan beskrivas med funktionen
$h(t) = 67,5\sin(0,209t - 1,57) + 70; \quad 0 \le t \le 30$
där h är höjden över marken i meter och t är tiden i minuter efter start.

a) Vilken är gondolens största höjd över marken?
Endast svar krävs (1/0/0)

b) Bestäm hur lång tid gondolen är minst 40 m över marken under ett varv. (0/2/0)

22. Frida får ett läkemedel mot högt blodtryck. Hur snabbt läkemedlet bryts ner av kroppen kan beskrivas med differentialekvationen

$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = k \cdot m$$

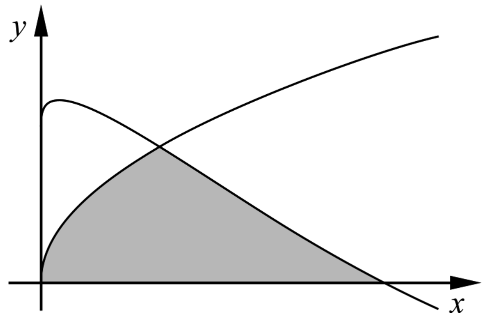
där k är en konstant och m mg är mängden läkemedel i kroppen t timmar efter att hon fått medicinen.

a) Visa att $m(t) = C \cdot \mathrm{e}^{kt}$ är en lösning till differentialekvationen. (1/0/0)

b) När Frida tar en tablett blir mängden läkemedel i hennes kropp 100 mg. Efter 1 timme har mängden minskat till 90 mg.
Bestäm konstanterna C och k för funktionen $m(t) = C \cdot \mathrm{e}^{kt}$ i detta fall. (2/0/0)

c) Bestäm hur lång tid det tar för Fridas kropp att bryta ner 90 % av en given mängd läkemedel om inget nytt läkemedel tillförs. (0/1/0)

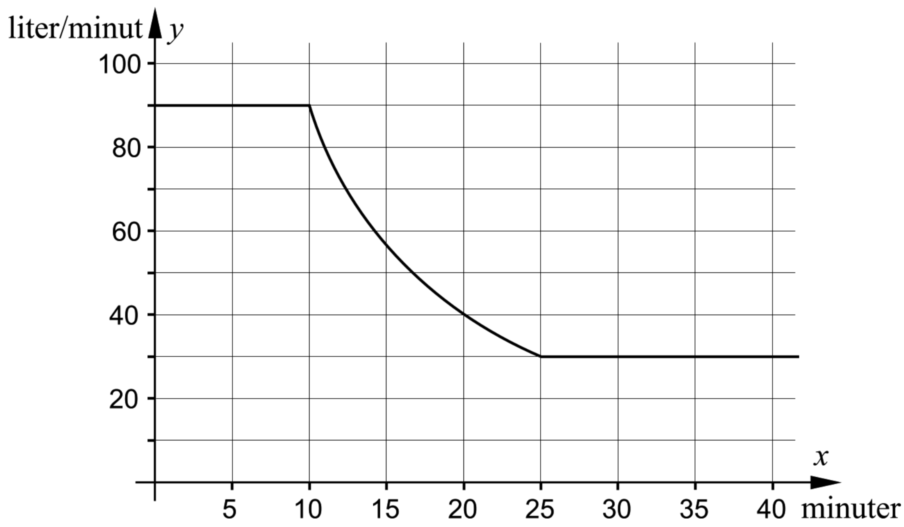
23. Figuren visar graferna till funktionerna $y = e^{\sqrt{x}} - 2x$ och $y = \sqrt{x}$.
Funktionernas grafer och x-axeln begränsar det skuggade området i figuren.



Beräkna arean av det skuggade området.
Svara med minst tre värdesiffror. (1/2/0)

24. En tom tank ska fyllas med vatten. Under de första 10 minuterna är påfyllningshastigheten konstant, 90 liter/minut. Under de följande 15 minuterna sjunker påfyllningshastigheten på grund av minskat vattentryck. Därefter är påfyllningshastigheten konstant 30 liter/minut.

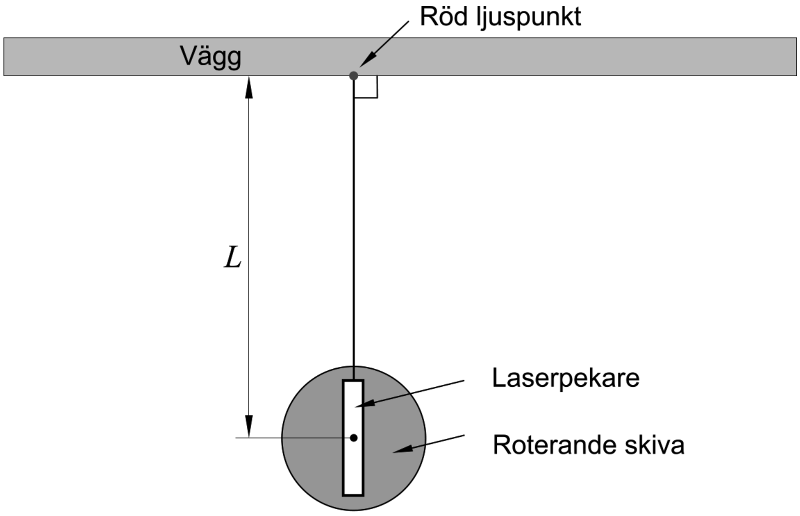
Grafen visar hur påfyllningshastigheten y liter/minut beror av tiden x minuter. Under den tid då vattentrycket sjunker ges påfyllningshastigheten av funktionen $y = \frac{1000}{x} - 10$



Bestäm hur lång tid det tar att fylla tanken med 2000 liter vatten. (0/3/0)

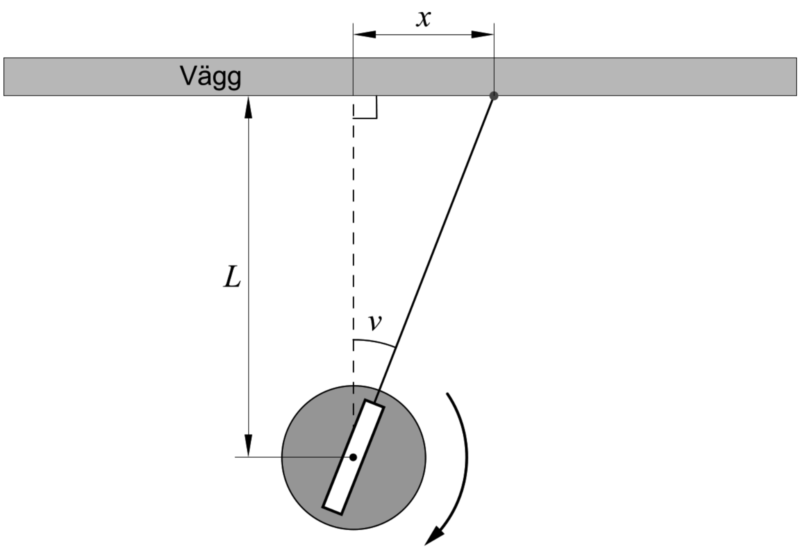
25. Ett område begränsas av kurvan $y = x^2 - 4$ och linjen $y = 5$
Bestäm volymen som bildas när detta område roterar runt linjen $y = 5$ (0/0/3)

26. En laserpekare är placerad på en roterande skiva. Där laserstrålen från laserpekaren träffar en vägg syns en röd ljuspunkt. Avståndet mellan väggen och den roterande skivans mittpunkt är L meter. Vid tiden $t = 0$ lyser laserstrålen vinkelrätt mot väggen, se figur 1.



Figur 1

Skivan med laserpekaren roterar så att den röda ljuspunkten rör sig åt höger på väggen. Vid tiden t sekunder har skivan roterat vinkeln v radianer och ljuspunkten rört sig sträckan x meter längs väggen. Se figur 2.



Figur 2

Skivan roterar med konstant vinkelhastighet C radianer/s så att $v = C \cdot t$.

Ljuspunkten rör sig längs väggen med hastigheten $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$

Bestäm ett uttryck för hastigheten $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ (0/0/2)