2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar ($\frac{\pi}{10}$)	+1 E_B
2.		**Max 1/0/0**
	Godtagbar markering (t ex $z = 2i$)	+1 E_B
3.		**Max 2/0/0**
	Anger minst två korrekta rötter	+1 E_P
	med korrekt svar ($z_1 = 0,\ z_2 = 3 + 2i$ och $z_3 = 3 - 2i$)	+1 E_P
4.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (t ex $-1 + i$)	+1 E_B
5.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar ($8(\cos\frac{6\pi}{7} + i\sin\frac{6\pi}{7})$)	+1 E_B
6.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (t ex $z = -5 + i$)	+1 E_{PL}

7. **Max 2/0/0**

Anger minst en korrekt ekvation +1 E_B

med korrekt svar ($x=3$, $x=-3$ och $y=\frac{7}{8}$) +1 E_B

8. **Max 1/1/0**

a) Korrekt svar ($f'(x)=2\sin x+2x\cos x$) +1 E_P

b) Korrekt svar $\left(g'(x)=\dfrac{xe^x-e^x}{x^2} \right)$ +1 C_P

9. **Max 1/1/1**

a) Anger utifrån godtagbar avläsning minst en korrekt konstant +1 E_B

med korrekt svar ($A=3$, $B=1$ och $k=2$) +1 C_B

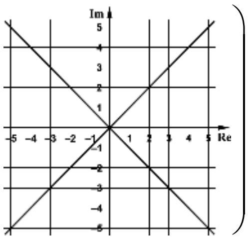
b) Korrekt svar (t ex $v=-90°$) +1 A_B

10. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (-6) +1 C_{PL}

11. **Max 0/0/2**

Markering av minst två godtagbara punkter +1 A_B

med godtagbart svar () +1 A_{PL}

12. **Max 0/0/1**

Korrekt svar (t ex $f(x)=\frac{1}{4}\sin\frac{x}{2}$) +1 A_{PL}

Instruktioner för bedömning av delprov C

13. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, förlänger med konjugatet	$+1\ E_P$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($6-2i$)	$+1\ E_P$

14. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t ex deriverar och tecknar ekvationen $6e^{3x}+2ae^{3x}=0$	$+1\ E_{PL}$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a=-3$)	$+1\ E_{PL}$

15. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, bestämmer $\cos v=\frac{3}{5}$ *eller* kommer fram till $\cos v\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}-\sin v\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$ med hjälp av additionssatsen	$+1\ C_P$
med godtagbar fortsättning, bestämmer $\cos v=\frac{3}{5}$ *och* kommer fram till $\cos v\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}-\sin v\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$ med hjälp av additionssatsen	$+1\ C_P$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($-\frac{1}{5\sqrt{2}}$)	$+1\ C_P$

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

16. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, bestämmer x-värdet korrekt, $x=2$, *och* bestämmer $f'(x)$ korrekt, $f'(x)=10(2x-3)^4$	$+1\ C_{PL}$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y=10x-19$)	$+1\ C_{PL}$
Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5	$+1\ C_K$

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

17. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t ex deriverar $g(x)$ korrekt +1 C_R

med ett i övrigt godtagbart bevis +1 C_R

18. **Max 1/1/2**

a) Korrekt svar (29,5 cm) +1 E_M

b) Godtagbar lösning med korrekt svar (12 s) +1 C_M

c) Godtagbar lösning med korrekt svar (medurs) +1 A_M

Lösningen (deluppgift b och c) kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 A_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

19. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t ex skriver om ekvationen till $(\tan 2x - 1)\cdot \tan x = 0$ och tecknar de två ekvationerna $\tan 2x - 1 = 0$ och $\tan x = 0$ +1 A_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = n\cdot 180°$ och $x = 22,5° + n\cdot 90°$) +1 A_P

20. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, bestämmer derivatans nollställe *eller*

skriver om funktionen som $f(x) = \left(e^x - \frac{1}{2}\right)^2$ +1 A_R

med ett i övrigt godtagbart bevis +1 A_R

Instruktioner för bedömning av delprov D

21. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t ex skissar kurvan $y = \sin x + \cos(3,6x)$ *eller* beskriver hur räknaren kan användas för att beräkna svaret numeriskt +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($173°$) +1 E_P

22. **Max 1/1/0**

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang där kurvornas allmänna egenskaper jämförs, t ex ”Sinus- och cosinuskurvorna är förskjutna i förhållande till varandra.” 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang som förklarar varför största värdet inte kan vara 5, t ex ”Maximipunkterna infaller vid olika x-värden.” 1 E_R och 1 C_R	

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

23. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, ställer upp integralen med korrekta gränser,

$$\frac{1}{24-0}\int_0^{24}(-0,0079x^3+0,238x^2-1,43x+8,2)\,\mathrm{d}x$$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t ex ”Nej, sommaren hade inte kommit eftersom medeltemperaturen var 9,4 °C.”) +1 E_M

24. **Max 1/3/0**

Godtagbar ansats, t ex bestämmer x-koordinaterna för skärningspunkterna, $-0,524$ och $0,314$ +1 E_P

med godtagbar fortsättning, ställer upp ett korrekt uttryck för arean,

t ex $$\int_{-0,524}^{0}\cos 3x\,\mathrm{d}x+\int_0^{0,314}(\cos 3x-\sin 2x)\,\mathrm{d}x$$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (0,51 a.e.) +1 C_P

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

25. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t ex löser ekvationen $h(x)=1,4$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($-0,26$) +1 C_M

Kommentar: Även svaret 0,26 eller motsvarande svar, t ex i procent eller grader, anses vara godtagbart.

26. **Max 0/2/2**

a) Godtagbar ansats, t ex ställer upp korrekt integraluttryck för den sökta sannolikheten +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (0,12) +1 C_M

b) Godtagbar ansats, t ex bestämmer sannolikheten att en lampa är hel efter 6 månader, 0,779 +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (0,47) +1 A_M

27. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t ex utför divisionen $\dfrac{p(x)}{x-1}$ *eller*

bestämmer $p(1)$ och sätter $1+a^4-1+a^2+1+1=0$ +1 A_R

med ett godtagbart slutfört resonemang som

visar att divisionen $\dfrac{p(x)}{x-1}$ ger en rest $\neq 0$ för alla a *eller*

visar att $p(1)\neq 0$ för alla a och drar slutsatsen att polynomet inte är delbart med $x-1$ för något reellt värde på a +1 A_R

28. **Max 0/1/3**

a) Godtagbar lösning med godtagbart svar (0,39) +1 C_B

Kommentar: Vid räkning med grader fås svaret 22,5 vilket också anses godtagbart.

b) Godtagbar ansats, t ex kommer fram till sambandet $d=A-1$ *eller* bestämmer något av nollställena $x_1=1,5$ eller $x_2=6,5$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($A=2,25,\ d=1,25$) +1 A_{PL}

Lösningen (deluppgift a och b) kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 A_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

3. Exempel på bedömda elevlösningar

Uppgift 15

Elevlösningsexempel 15.1 (3 C_P)

Trig. ettan $\sin^2 V + \cos^2 V = 1$

$$\cos^2 V = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$\cos^2 V = \frac{9}{25}$$

$$\cos V = \frac{3}{5}$$

$$\cos(V+45^\circ) = \cos V \cdot \cos 45^\circ - \sin V \cdot \sin 45^\circ =$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{5\sqrt{2}}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen innehåller en godtagbar bestämning av $\cos(v+45°)$. Vid bestämningen av $\cos v$ framgår det inte att $\cos v$ kan ha två värden där den negativa lösningen kan förkastas. Eftersom det givna intervallet är $0° < v < 90°$ anses lösningen, trots att endast positiva $\cos v$ behandlas, nätt och jämnt uppfylla kraven för de tre procedurpoängen.

Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (2 C_{PL} och 1 C_K)

$f(x) = (2x-3)^5 \qquad f(x) = 1$

$x = 2 \rightarrow f(2) = (2 \cdot 2 - 3)^5 = 1$

$f'(x) = 10(2x-3)^4$

$k = 10(2 \cdot 2 - 3)^4 = 10$

$y = kx + m$

$1 = 10 \cdot 2 + m$

$m = -19$

$\underline{y = 10x - 19}$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar bestämning av tangentens ekvation. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå men det redovisas inte hur ekvationen $f(x) = 1$ lösts. Vidare framgår inte tydligt att $k = f'(2)$. Trots dessa brister anses kraven för kommunikationspoäng på C-nivå nätt och jämnt vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 18

Elevlösningsexempel 18bc.1 (1 C_M och 1 A_M)

b) $y(t) = 17{,}0 - 12{,}5\cos\left(\frac{\pi}{6}(t+3)\right)$

När $\cos\left(\frac{\pi}{6}(t+3)\right) = (-1)$ befinner sig glaset så långt ifrån luckan som möjligt.

Detta sker efter 3 sekunder:

$\cos\left(\frac{\pi}{6}(3+3)\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\cdot 6\right) = \cos(\pi) = (-1)$

Då blir $y(t) = 17{,}0 - 12{,}5\cos(\pi) =$

$= 17{,}0 - 12{,}5\cdot(-1) = 17{,}0 + 12{,}5 = 29{,}5$ cm från luckan.

Det tog alltså 3 sekunder för glaset att röra sig ett kvarts varv. Därför tar det $3\cdot 4 = 12$ sekunder att rotera ett helt varv.

Svar: 12 sekunder

c) Enligt beräkningarna ovan bör glaset rotera medurs

sekunder	cm från luckan
3	29,5 cm
6	17,0 cm
9	4,5 cm
12	17,0 cm

$17{,}0 - 12{,}5\cos\left(\frac{\pi}{6}\cdot 6\right) = 29{,}5$

$17{,}0 - 12{,}5\cos\left(\frac{\pi}{6}\cdot 9\right) = 17{,}0$

$17{,}0 - 12{,}5\cos\left(\frac{\pi}{6}\cdot 12\right) = 4{,}5$

$17{,}0 - 12{,}5\cos\left(\frac{\pi}{6}\cdot 15\right) = 17{,}0$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen innehåller en godtagbar lösning av deluppgift b) och c). När det gäller kommunikation saknas i b) motivering till att $t = 3$ s är första tidpunkten då glaset befinner sig längst från luckan. Detta gör att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses uppfyllda. Sammantaget ges lösningen av deluppgift b) och c) en modelleringspoäng på C-nivå och en modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 18bc.2 (1 C_M, 1 A_M och 1 A_K)

b) Perioden $= \dfrac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 2\pi \cdot \dfrac{6}{\pi} = \underline{\underline{12\text{ s}}}$

c) $y(0) = 17$

$y(1) = 17 - 12{,}5\cos\left(\frac{4\pi}{6}\right) = 17 - 12{,}5\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) =$

$= 17 + 6{,}25 = 23{,}25$

Eftersom y ökar direkt efter noll måste glaset röra sig bort från luckan och då röra sig medurs.

Svar: medurs

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen innehåller en korrekt bestämning av perioden i b). I c) jämförs $y(1)$ med $y(0)$ och en korrekt slutsats dras om rotationsriktning. Dock saknas ett resonemang som styrker att tidsskillnaden 1 sekund är mindre än en halv period men detta anses underförstått då b)-uppgiftens lösning gav perioden 12 sekunder. Elevlösningen bedöms nätt och jämnt uppfylla kraven för modelleringspoängen på A-nivå. När det gäller kommunikation är lösningen kortfattad och i sista stycket framgår inte att ”noll” avser tidpunkten $t = 0$ s. Lösningen anses trots dessa brister nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (0 poäng)

Det största värdet är 3,5, alltså inte 5. Anledningen till detta är att man inte kan addera $3 \sin x + 2 \cos x$ och få svaret 5, då den ena är sinus och den andra är cosinus.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen saknar resonemang om att sinus- och cosinuskurvorna är förskjutna eller att de har största värde för olika x-värden.

Elevlösningsexempel 22.2 (0 poäng)

Lösning $y = 3 \sin x$ och $y = 2 \cos x$

$y = 3 \sin x$ har amplituden 3

$y = 2 \cos x$ har amplituden 2

$a \sin x + b \cos x = c \sin(x + v)$

$a = 3 \quad b = 2$

$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

Det går inte att addera amplituder utan Rasmus behöver använda sig av trigonometriska formler.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen visas med hjälp av formel att det största värdet är $\sqrt{13}$. Däremot saknas en förklaring utifrån graferna till varför det största värdet är mindre än 5.

Elevlösningsexempel 22.3 (1 E_R)

sin och cos ger olika värden för samma x vilket
gör att man inte kan addera 3 + 2 direkt.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen innehåller ett enkelt resonemang som ur bedömningssynpunkt anses likvärdigt med ett resonemang om att kurvorna är förskjutna i förhållande till varandra.

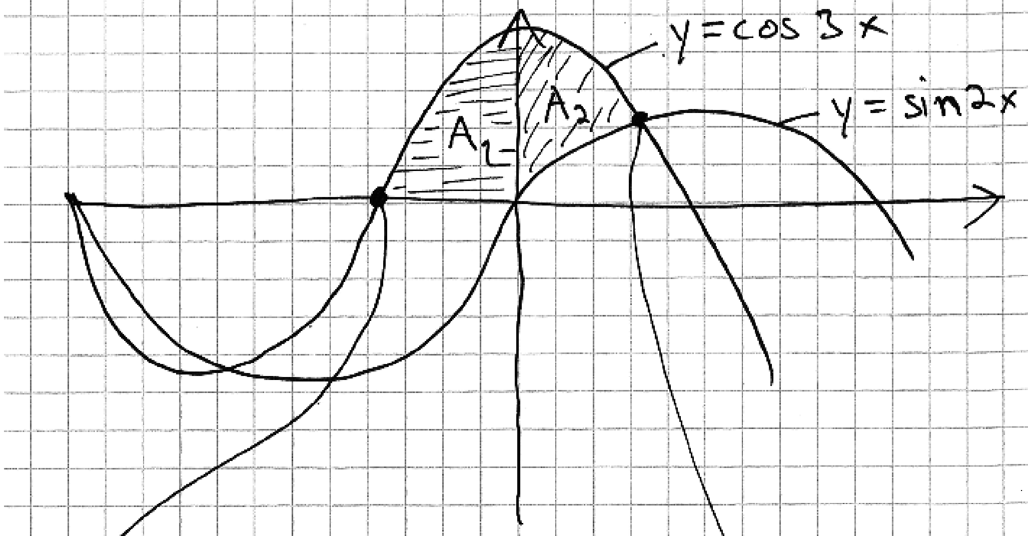
Elevlösningsexempel 22.4 (1 E_R och 1 C_R)

sinus och cosinus är vid olika lägen = 1.
Detta medför att $3\sin x + 2\cos x \neq 5$.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen konstateras att kurvorna har y-värdet 1 vid olika x-värden. Detta anses motsvara ett resonemang om att maximipunkterna infaller vid olika x-värden och därmed uppfylla kraven för resonemangspoängen på E- och C-nivå.

Uppgift 24

Elevlösningsexempel 24.1 (1 E_P)



Räknaren ger (−30, 0)

$$A_1 = \int_{-30}^{0} \cos 3x \, dx = 19{,}09$$

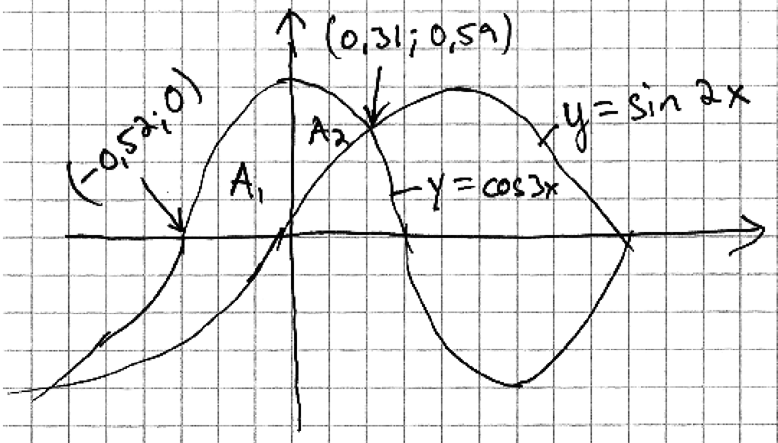
Räknaren ger (18; 0,59)

$$A_2 = \int_{0}^{18} (\cos 3x - \sin 2x) \, dx = 9{,}98$$

$$A_{Tot} = A_1 + A_2 = 29{,}08 \text{ a.e.}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen innehåller en bestämning av skärningspunkterna i grader i stället för i radianer. I övrigt är bestämningen av arean godtagbar. Som helhet anses lösningen motsvara en godtagbar ansats och ge procedurpoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 24.2 (1 E_P, 2 C_P och 1 C_K)



Intervall:

$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

Skärningspunkter

$x_1 = 0{,}31415927$

$x_2 = -0{,}52335988$

$$A_1 = \int_{-0{,}52}^{0} \cos 3x \, dx = \frac{1}{3} \text{ a.e.}$$

$$A_2 = \int_{0}^{0{,}31} \cos(3x) - \sin(2x) \, dx \approx 0{,}1742 \text{ a.e.}$$

$A_1 + A_2 \approx 0{,}51$ a.e.

Svar: Arean för det skuggade området är $\approx 0{,}51$ a.e.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar bestämning av arean. När det gäller kommunikation saknas förklaring till hur skärningspunkterna bestämts, A_1 anges exakt trots avrundad integrationsgräns och parentes saknas i integranden för A_2. Trots dessa brister är lösningen möjlig att följa och förstå, bland annat eftersom figuren är tydlig och indexering av variabler används. Sammantaget anses kraven för kommunikationspoäng på C-nivå nätt och jämnt vara uppfyllda.

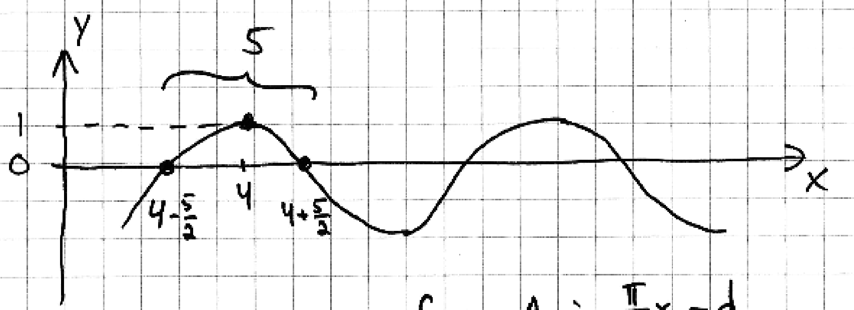
Uppgift 28

Elevlösningsexempel 28.1 (1 C_B och 2 A_{PL})

a) Period 16 cm

$$k = \frac{2\pi}{16} = \underline{\underline{\frac{\pi}{8}}}$$

b)



$$f(x) = A\sin\frac{\pi}{8}x - d$$

Punkter $(1{,}5,\ 0)$ $\quad A\sin\frac{1{,}5\pi}{8} - d = 0 \qquad d = A\sin\frac{1{,}5\pi}{8}$

$(6{,}5,\ 0)$ $\quad A\sin\frac{6{,}5\pi}{8} - d = 0$

$(4,\ 1)$ $\quad A - d = 1$

$$A - A\sin\frac{1{,}5\pi}{8} = 1$$

$$\left(1 - \sin\frac{1{,}5\pi}{8}\right)A = 1$$

$$A = \frac{1}{\left(1 - \sin\frac{1{,}5\pi}{8}\right)} \approx 2{,}25 \qquad d \approx 1{,}25$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar bestämning av de efterfrågade konstanterna. När det gäller kommunikation saknas redovisning till hur maxpunktens x-värde bestämts. Vidare framgår det inte tydligt vilka ekvationer som ger sambandet $A - A\sin\frac{1{,}5\pi}{8} = 1$. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses uppfyllda. Sammantaget ges lösningen en begreppspoäng på C-nivå och två problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 28.2 (1 C_B, 2 A_{PL} och 1 A_K)

a) Perioden: $(5+11)$ cm $= 16$ cm $\rightarrow$

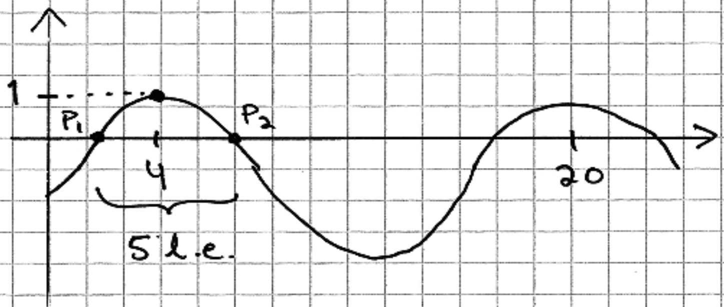
$\frac{2\pi}{k} = 16 \qquad k = \frac{2\pi}{16} = \frac{\pi}{8}$

b) $f(x) = A \sin \frac{\pi}{8} x - d$

Y_{max} då $\sin \frac{\pi}{8} x = 1$

$\frac{\pi}{8} x = \frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi$

$x = 4 + n \cdot 16 \rightarrow$ Maximipunkt $(4,1)$



Avstånd mellan nollställen: 5 l.e. $\rightarrow$

P_1 har x-koordinaten $4 - \frac{5}{2} = 1,5$

$P_2 \qquad 4 + \frac{5}{2} = 6,5$

$\rightarrow (1,5;0), (4,1), (6,5;0)$ är punkter på kurvan.

$$\rightarrow \begin{cases} A \sin \frac{1,5\pi}{8} - d = 0 & (1) \\ A \sin \frac{6,5\pi}{8} - d = 0 \\ A \sin \frac{\pi}{2} - d = 1 & (3) \end{cases} \qquad \begin{array}{l} (1)\; A \sin \frac{1,5\pi}{8} = d \\ \\ (3)\; A \sin \frac{\pi}{2} - A \sin \frac{1,5\pi}{8} = 1 \\ A\left(1 - \sin \frac{1,5\pi}{8}\right) = 1 \end{array}$$

$\rightarrow A = \dfrac{1}{1 - \sin \frac{1,5\pi}{8}} \approx 2,25$

Svar: $\begin{cases} A \approx 2,25 \\ d \approx 1,25 \end{cases}$

$\rightarrow d \approx 1,25$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen innehåller en godtagbar bestämning av de efterfrågade konstanterna. När det gäller kommunikation är lösningen något otydlig när ekvation (1) och (3) slås ihop samtidigt som förenklingen $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ görs. Dessutom redovisas inte beräkningen av d på sista raden. I övrigt är lösningen lätt att följa och förstå då det finns en tydlig figur med några förklarande ord och då ekvationerna i ekvationssystemet numrerats. Sammantaget anses kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda.