Delprov B	Uppgift 1–12. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 13–20. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	150 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 60 poäng varav 22 E-, 21 C- och 17 A-poäng.

Gräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 23 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 30 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 39 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 47 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

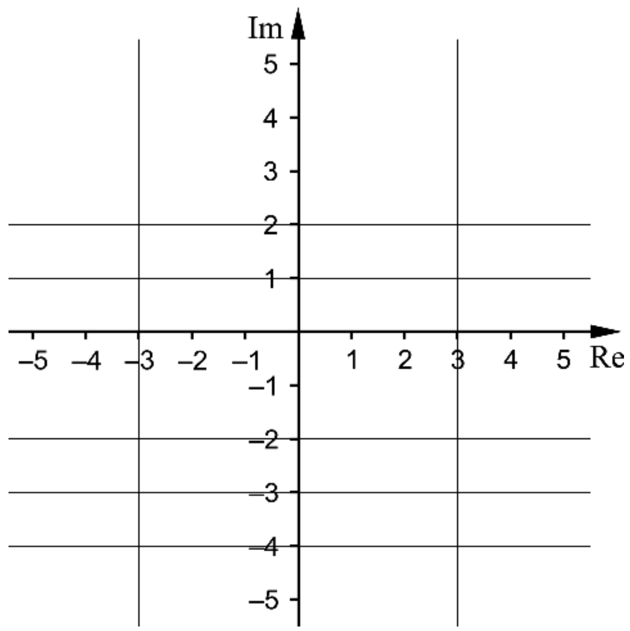
Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

1. Skriv vinkeln $18°$ i radianer. _______________________ (1/0/0)

2. Markera i det komplexa talplanet ett tal z för vilket det gäller att $\text{Re}(z) = 0$ och $|z| = 2$



(1/0/0)

3. Lös ekvationen $z^3 - 6z^2 + 13z = 0$

$z_1 =$ _______________________

$z_2 =$ _______________________

$z_3 =$ _______________________ (2/0/0)

4. Ange ett komplext tal z på formen $z = a + bi$ som uppfyller villkoret $\arg(z) = 135°$ _______________________ (1/0/0)

5. Det komplexa talet $z = 2\left(\cos\frac{2\pi}{7} + i\sin\frac{2\pi}{7}\right)$ är givet.

Bestäm z^3 _______________________ (1/0/0)

6. Det finns många icke-reella tal z för vilka det gäller att
$z+\overline{z}=-10$
Ange ett sådant icke-reellt tal z ____________________ (1/0/0)

7. Funktionen $f(x)=\dfrac{x}{x^2-9}+\dfrac{7}{8}$ har två lodräta och en vågrät asymptot.
Ange ekvationerna för de tre asymptoterna. ____________________

____

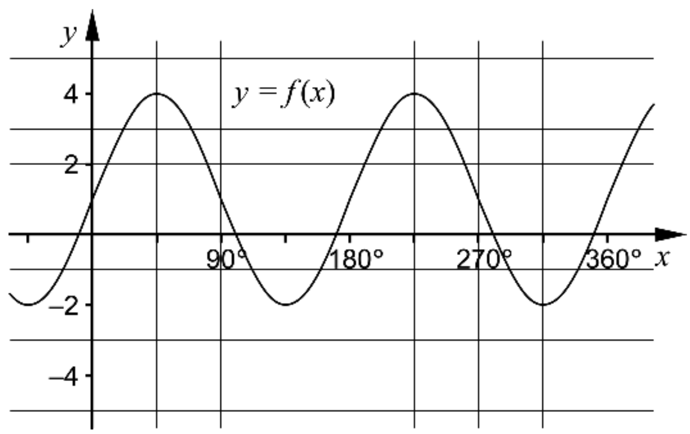
____________________ (2/0/0)

8. Derivera

a) $f(x)=2x\cdot\sin x$ ____________________ (1/0/0)

b) $g(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x}{x}$ ____________________ (0/1/0)

9. I figuren visas grafen till en trigonometrisk funktion f.



a) Funktionen kan skrivas $f(x)=A\sin(kx)+B$.
Bestäm konstanterna A, B och k.

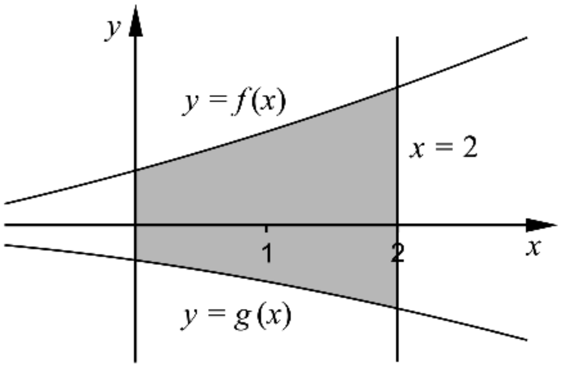
$A=$ ____________________

$B=$ ____________________

$k=$ ____________________ (1/1/0)

b) Funktionen kan även skrivas
$f(x)=A\cos(kx+v)+B$ där A, B och k
har samma värden som i uppgift a).
Bestäm ett värde på konstanten v. $v=$ ____________________ (0/0/1)

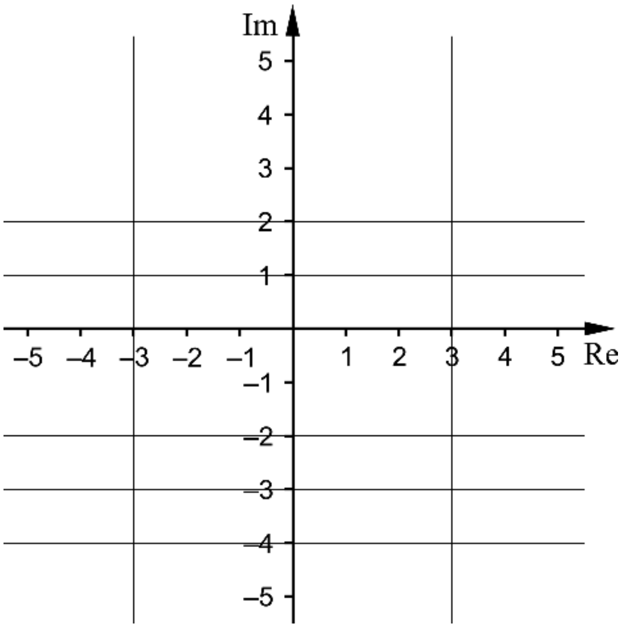
10. Det skuggade området i figuren begränsas av graferna till funktionerna f och g, linjen $x = 2$ samt y-axeln. Områdets area är 16 a.e.



För funktionen f gäller att $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 10$

Bestäm $\int_0^2 g(x)\,\mathrm{d}x$ ______________________ (0/1/0)

11. Markera i det komplexa talplanet alla z som uppfyller villkoret $|z+\bar{z}| = |z-\bar{z}|$.



(0/0/2)

12. Ge ett exempel på en trigonometrisk funktion f på formen $f(x) = A\sin kx$

som uppfyller $\int_0^{2\pi} f(x)\,\mathrm{d}x = 1$ ______________________ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

13. Beräkna $\dfrac{20}{3+\mathrm{i}}$ och svara på formen $a+b\mathrm{i}$. (2/0/0)

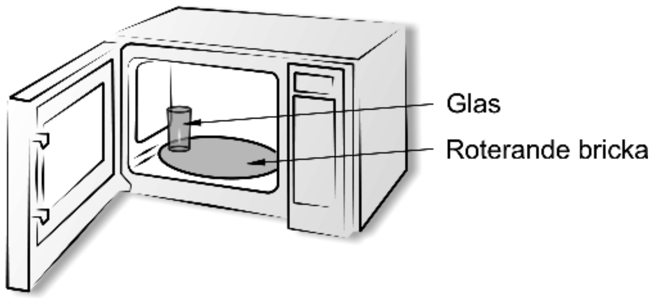
14. Bestäm konstanten a så att $y=2\mathrm{e}^{3x}$ blir en lösning till differentialekvationen $y'+ay=0$ (2/0/0)

15. För vinkeln v gäller att $\sin v=\dfrac{4}{5}$ och $0°<v<90°$
Bestäm $\cos(v+45°)$ exakt. (0/3/0)

16. Grafen till $f(x)=(2x-3)^5$ har en tangent i den punkt där $f(x)=1$
Bestäm tangentens ekvation. (0/3/0)

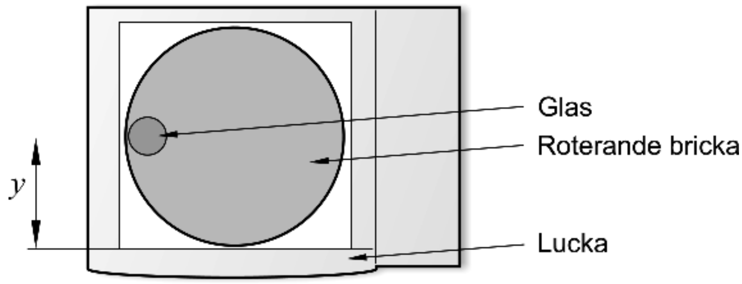
17. Visa att $g(x)=\sin^4 x$ är en primitiv funktion till $f(x)=2\sin^2 x\cdot\sin 2x$ (0/2/0)

18. I en mikrovågsugn finns en rund bricka som kan rotera. Ett glas placeras på brickan enligt figur 1.



Figur 1

När mikrovågsugnen är igång roterar brickan med konstant fart.
Avståndet y cm från glasets centrum till mikrovågsugnens lucka beskrivs av funktionen $y(t) = 17,0 - 12,5\cos\left(\frac{\pi}{6}(t+3)\right)$
där t är tiden i sekunder. Vid $t = 0$ befinner sig glaset längst till vänster i mikrovågsugnen, se figur 2.

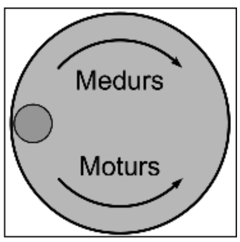


Figur 2 Mikrovågsugn i genomskärning sedd uppifrån.
Glasets placering vid $t = 0$

a) Bestäm det största avståndet från glasets centrum till mikrovågsugnens lucka. *Endast svar krävs* (1/0/0)

b) Bestäm hur lång tid det tar för glaset att rotera ett varv i mikrovågsugnen. (0/1/0)

Glaset roterar antingen medurs eller moturs. Se figur 3.



Figur 3

c) Undersök åt vilket håll glaset roterar i den här mikrovågsugnen. (0/0/2)

19. Lös ekvationen $\tan 2x \cdot \tan x = \tan x$ (0/0/2)

20. Låt $f(x) = e^{2x} - e^{x} + \dfrac{1}{4}$

Visa att $f(x) \geq 0$ för alla x. (0/0/2)

Delprov D	Uppgift 21–28. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 60 poäng varav 22 E-, 21 C- och 17 A-poäng.

Gräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 23 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 30 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 39 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 47 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ____

Födelsedatum: ______________________________________

Gymnasieprogram/Komvux: _____________________________

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

21. Bestäm den största roten till ekvationen $\sin x + \cos(3,6x) = 0$ i intervallet $0° < x < 180°$
Ange svaret med minst tre värdesiffror. (2/0/0)

22. Rasmus studerar graferna till $y = 3\sin x$ och $y = 2\cos x$. Han ser att största värdet är 3 respektive 2. Han tänker då att största värdet av $y = 3\sin x + 2\cos x$ måste vara $3 + 2 = 5$

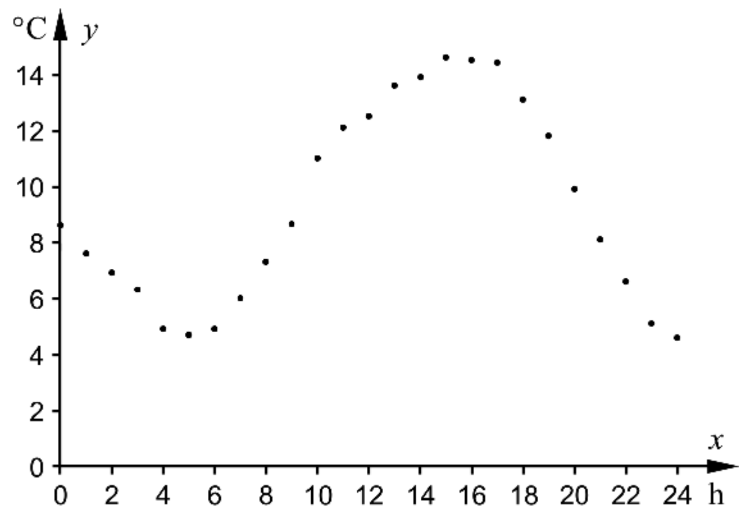
Rasmus kontrollerar detta genom att rita grafen till $y = 3\sin x + 2\cos x$ på räknaren och upptäcker då att största värdet är mindre än 5

Förklara med hjälp av graferna till $y = 3\sin x$ och $y = 2\cos x$ varför det största värdet av $y = 3\sin x + 2\cos x$ inte är 5 (1/1/0)

23. I Torup finns en av SMHI:s väderstationer som mäter temperaturen en gång i timmen.

Om dygnsmedeltemperaturen överstiger 10 °C fem dygn i rad anses sommaren ha börjat.

Under de fyra dygnen 20–23 april 2014 översteg dygnsmedeltemperaturen 10 °C i Torup. Diagrammet visar temperaturerna som mättes den 24 april.



Enligt en förenklad modell kan temperaturen under detta dygn beskrivas med funktionen

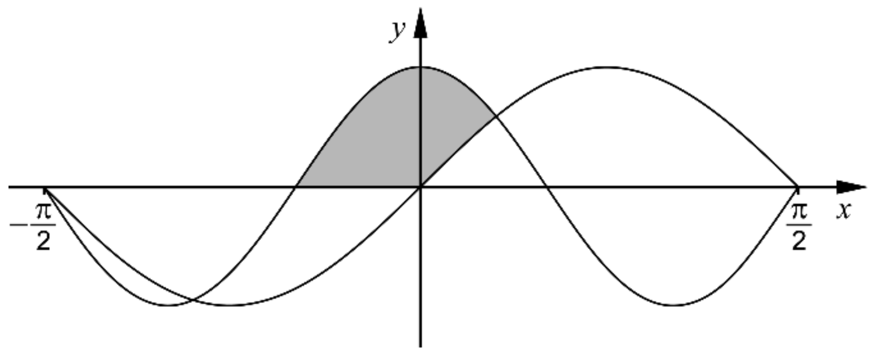
$$f(x) = -0{,}0079x^3 + 0{,}238x^2 - 1{,}43x + 8{,}2 \qquad 0 \le x \le 24$$

där $f(x)$ är temperaturen i °C och x är tiden i timmar efter klockan 0:00

Faktaruta: Om temperaturen ges av $f(x)$ kan medeltemperaturen för tidsintervallet $a \le x \le b$ beräknas på följande sätt: $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$

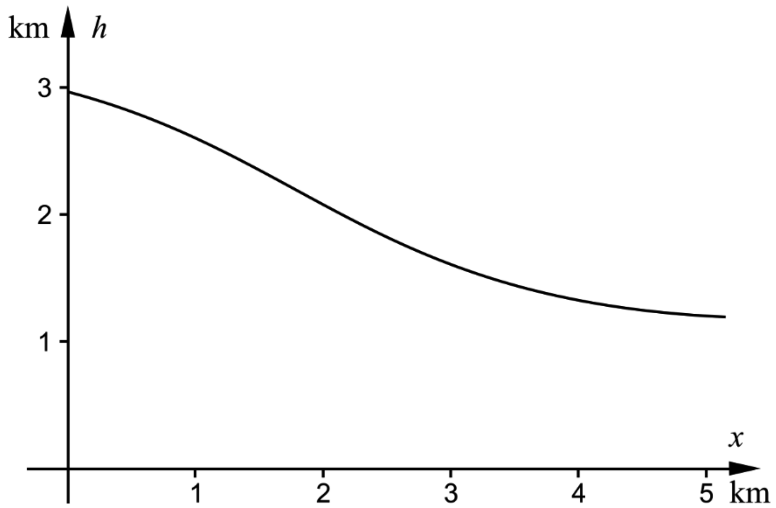
Avgör om sommaren hade börjat i Torup genom att bestämma dygnsmedeltemperaturen den 24 april med hjälp av funktionen. (2/0/0)

24. I figuren visas ett koordinatsystem med kurvorna $y = \cos 3x$ och $y = \sin 2x$ ritade i intervallet $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$



Beräkna arean av det skuggade området. Svara med minst två värdesiffror. (1/3/0)

25. Ett företag ska bygga en stuga i en backe i Alperna och vill veta backens lutning. Enligt en förenklad modell kan backens form beskrivas med sambandet $h(x) = 4{,}1 - \frac{5 + 3e^x}{6 + e^x}$ där $h(x)$ är höjden i km över havet och x är sträckan i km i horisontell riktning.



Företaget ska bygga stugan på den del av backen som ligger på höjden 1,4 km över havet. Bestäm vilken lutning backen har där stugan ska byggas.
Svara med minst två värdesiffror. (0/2/0)

26. Ett företag vill kontrollera livslängden hos en viss typ av lampor. Tiden till dess att en lampa går sönder har visat sig vara en slumpvariabel med täthetsfunktionen $f(x) = \dfrac{e^{-x/24}}{24}$, $x \geq 0$ där x är tiden i månader som lampan används.

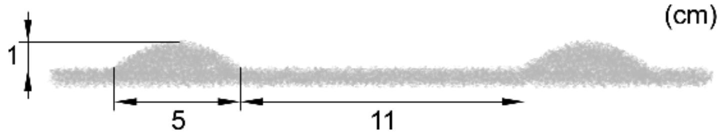
a) Bestäm sannolikheten att en slumpvis vald lampa går sönder under de 3 första månaderna som den används. (0/2/0)

b) Anta att man slumpvis väljer ut tre lampor. Bestäm sannolikheten för att alla tre lamporna är hela efter 6 månaders användning. (0/0/2)

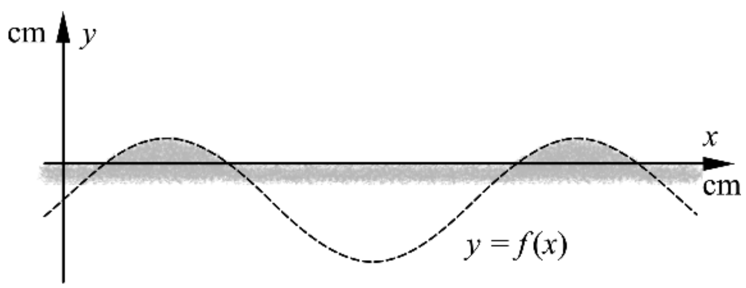
27. Undersök om polynomet $p(x) = x^5 + a^4x^4 - x^3 + a^2x^2 + x + 1$ är delbart med $x-1$ för något reellt värde på konstanten a. (0/0/2)

28. På havsbottnen vid sandstränder bildas ibland periodiska mönster av kullar i sanden.

Anta att höjden på en kulle är 1 cm, bredden är 5 cm och avståndet mellan två kullar är 11 cm. Se figur nedan.



Enligt en förenklad modell följer varje kulle toppen på en sinuskurva som ges av funktionen $f(x) = A\sin(kx) - d$ där A, k och d är positiva konstanter. Se figur nedan.



a) Bestäm värdet på konstanten k (0/1/0)

b) Bestäm värdet på konstanterna A och d. (0/0/3)