vidma.se
videogenomgångar i matematik

Många uppgifter på C- och A-nivå.
Matematik 2b och 2c, hela kursen.

Ett antal av uppgifterna **löses utan digitala hjälpmedel**. Detta står i dessa fall under respektive uppgift. **Till övriga uppgifter tillåts räknare och också Desmos eller GeoGebra** om din skola tillåter det.

Videoförklaringar och facit finns på vidma.se/np2helkursCA

Många fler uppgifter på alla nivåer finns på **vidma.se/np2**.

Ekvationssystem

1.

Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 0{,}2x - 0{,}5y = 1{,}2 \\ x + y + 3{,}5 = 6 \end{cases}$ med algebraisk metod. (0/2/0)

Från VT 2022 (Matematik 2a, 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 13).

2.

Lös ekvationssystemet algebraiskt $\begin{cases} \dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{3} = 2 \\ \dfrac{x}{6} - \dfrac{2y}{3} = -1 \end{cases}$

0/2/0

Löses utan digitala hjälpmedel.

3.

Lös ekvationssystemet med algebraisk metod. Svara exakt.

$$\begin{cases} \dfrac{y}{6} + \dfrac{2x}{3} - 4 = 0 \\ \dfrac{x}{4} + y = 4 \end{cases}$$

0/1/2

Löses utan digitala hjälpmedel.

4.

Lös ekvationssystemen med algebraisk metod.

a) $\begin{cases} 2x - 5y = 22 \\ x + 5y = -4 \end{cases}$ (2/0/0)

b) $\begin{cases} (10^x)^2 \cdot 10^y = 10^{10} \\ (10^y)^x = 10^{12} \end{cases}$ (0/0/3)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2015 (Matematik 2a och 2b).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 12).

5.

Denna uppgift inkluderar kunskaper om logaritmer (senare i kursen)

Lös ekvationssystemet $\begin{cases} \lg x^3 - \lg y^{-2} = 13 \\ \lg x + \lg y = 5 \end{cases}$ (0/0/2)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2013 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 16).

6.

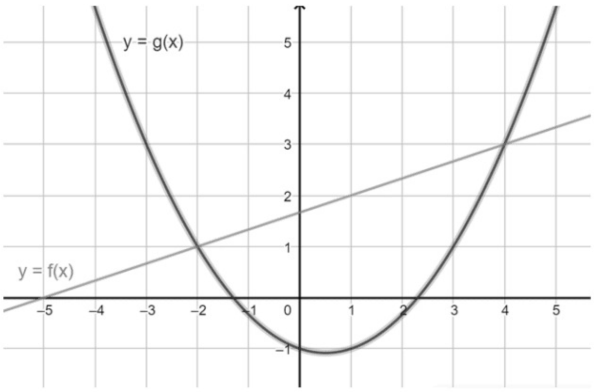
Lös ekvationssystemet $\begin{cases} \dfrac{x}{y} - 6 = -1 \\ 4^x \cdot 4^y = 64 \end{cases}$ (0/0/2)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2013 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 16).

7.

I koordinatsystemet visas graferna till funktionerna $y = f(x)$ och $y = g(x)$. Besvara frågorna med hjälp av figuren.



a) Bestäm $g(-3)$.

1/0/0

b) Lös ekvationssystemet:

$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = g(x) \end{cases}$$

1/0/0

c) Ange ekvationen för en rät linje som inte skär någon av graferna till funktionerna.

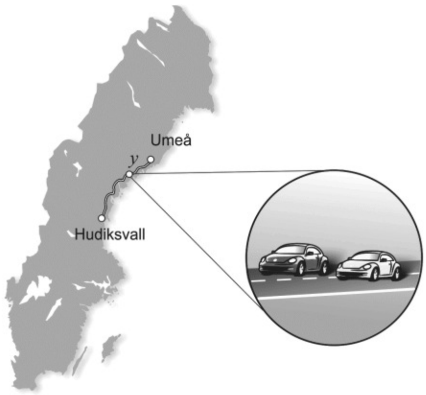
0/1/0

Löses utan digitala hjälpmedel.

Ekvationssystem: Tillämpningar och problemlösning

8.

Edith och Adrian kör samma sträcka från Umeå till Hudiksvall. Adrian startar först och Edith startar när Adrian redan har kört 13 km. Efter ett tag kör Edith om Adrian. Adrian kör med medelhastigheten 72 km/h fram till omkörningen och Edith kör med medelhastigheten 81 km/h fram till omkörningen.



Det påbörjade ekvationssystemet kan användas för att ta reda på hur lång sträcka Edith har kört när hon kör om Adrian.

$$\begin{cases} y = 81x \\ \ldots \end{cases}$$

där y km är sträckan fram till omkörningen. Se figur.

a) Tolka vad x betyder i detta sammanhang. (1/0/0)

När Edith kör om Adrian har de kört en tredjedel av hela sträckan.

b) Beräkna hur långt det är mellan Umeå och Hudiksvall. (0/0/2)

Från VT 2022 (Matematik 2a, 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 25).

9.

Mia och Malin köper varsin bil för 100 000 kronor vardera. Mia tror att bilen sjunker i värde med 10 % per år, medan Malin tror att bilens värde sjunker med 5 000 kronor varje år.

Efter ett visst antal år ger båda modellerna samma värde på bilen igen. Hur lång tid har gått då och vad är värdet?

1/2/0

Kommentar: I uppgiften använder jag programmet GeoGebra, men det går också att använda exempelvis Desmos eller grafritande räknare. Fråga din lärare vad du får använda på proven.

10.

Sanna tillverkar armband av renskinn, tenntråd och silverkulor.
Hon gör två olika typer av armband, se tabell.

Typ av armband	Materialåtgång	Total materialkostnad
 Armband med fyrfläta	550 cm tenntråd 25 cm renskinnsband	110,50 kr
 Dubbelarmband med enkelfläta och silverkulor	350 cm tenntråd 50 cm renskinnsband 20 silverkulor	146 kr

Silverkulorna kostar 3 kr/styck. Beräkna kostnaden i kr/m för tenntråd och kostnaden i kr/m för renskinnsband. (0/3/0)

Från VT 2016 (Matematik 2a och 2b).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 21).

11.

Två räta linjer har ekvationerna $y = 2x + a$ och $2y - x = b$, där a och b är konstanter.

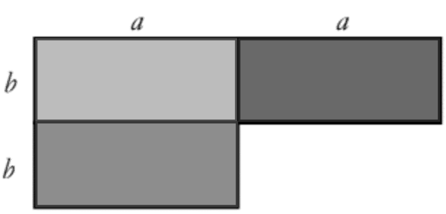
Anta att linjerna alltid ska skära varandra i en punkt som ligger på linjen $y = 3x$.
Visa vilket samband som då måste gälla mellan a och b. (0/2/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från vt 2014 (Matematik 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 16).

12.

Figuren visar ett område som är sammansatt av tre rektanglar.



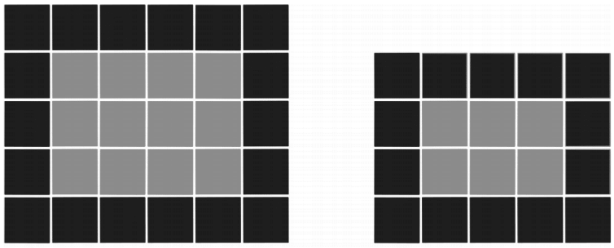
Områdets hela area är 36 areaenheter och omkretsen är 28 meter.

Bestäm längderna a och b. 0/2/0

13.

En plattläggare gör rektangulära uteplatser genom att lägga kvadratiska trädgårdsplattor enligt ett visst mönster. Han använder grå och svarta plattor, alla med samma storlek.

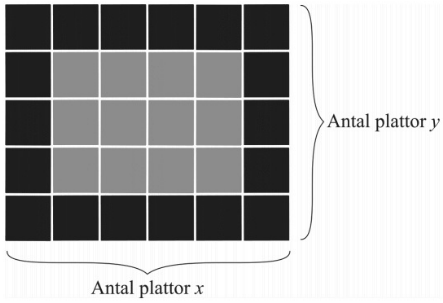
I figuren nedan visas uteplats A och uteplats B som plattläggaren lagt.
För uteplats A är den totala kostnaden för plattorna 1422 kr. För uteplats B är den totala kostnaden för plattorna 1000 kr.



Uteplats A Uteplats B

a) Beräkna priset för en grå respektive en svart platta. (0/3/0)

Plattläggaren vill snabbt kunna göra kostnadsberäkningar för plattor vid beställning av uteplatser. Han betecknar antalet plattor utmed uteplatsens ena sida med x och antalet plattor utmed uteplatsens andra sida med y, se figur nedan.



b) Visa att den totala kostnaden för plattorna kan bestämmas med formeln $K_{tot} = 52x + 52y + 31{,}80xy - 104$ för alla rektangulära uteplatser som är möjliga att lägga. Uteplatserna innehåller *alltid* både svarta och grå plattor där de svarta plattorna ligger som en ram. (0/0/2)

Från vt 2014 (Matematik 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 22).

14.

I ekvationssystemet nedan är A och B konstanter.

$$\begin{cases} 15x - 6 = -By \\ Ax - 3y = 4 \end{cases}$$

Bestäm konstanterna A och B så att ekvationssystemet har oändligt många lösningar. (0/0/2)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2013 (Matematik 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 14).

15.

I en butik köper Armand ett rep för 60 kr. En annan butik säljer samma typ av rep men där är repet 1 kr dyrare per meter. Om Armand hade handlat i den andra butiken hade han fått ett 2 meter kortare rep för 60 kr.

Bestäm hur långt rep Armand köpte. Prövning godtas inte. (0/0/3)

Från VT 2022 (Matematik 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 16).

16.

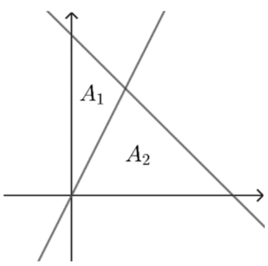
Bildytan på datorns skärm har formen av en rektangel. Storleken på just denna skärm är 13,2 tum, vilket innebär längden på rektangelns diagonal. Förhållandet mellan längden och bredden på rektangeln är 16:9, vilket kallas widescreen-format.

1 tum $\approx$ 2,54 cm.

Bestäm bildytans area i cm^2. 0/1/2

17.

I koordinatsystemet är graferna till linjerna $y = 4 - x$ och $y = kx$ ritade. Linjerna bildar tillsammans med koordinataxlarna två triangelareor, A_1 och A_2 i första kvadranten.



a) Låt $k = 2$ och bestäm förhållandet mellan areorna A_1 och A_2. 0/2/0

b) För andra värden på k kommer förhållandet mellan areorna vara annorlunda. Beskriv så noga du kan sambandet mellan k och förhållandet mellan A_1 och A_2. 0/2/3

18.

Två linjer innesluter tillsammans med y-axeln ett område som har arean 9 areaenheter.

Linje A: $y = x + a$
Linje B: $y = 2x + b$

där $0 < b < a$

Bestäm avståndet mellan punkterna $(0, a)$ och $(0, b)$.

0/1/4

Kvadreringsreglerna och konjugatregeln

19.

Förenkla uttrycket nedan så långt som möjligt.

$$5 - 5(5 + x)(5 - x)$$

1/1/0

Löses utan digitala hjälpmedel.

20.

Faktorisera $25x^2 - 16y^2$ så långt som möjligt. ____________________ (0/1/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2015 (Matematik 2a, 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 4).

21.

Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $8y + (4 - y)^2$ ____________________ (1/0/0)

b) $\dfrac{3(x+3)^2 - 3(3+3x)}{3}$ ____________________ (0/1/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2013 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 7).

22.

Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $(x+3)^2 - x^2$ ____________________ (1/0/0)

b) $4\left(\frac{x}{2}-1\right)\left(\frac{x}{2}+1\right)$ ____________________ (0/1/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2012 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 5).

23.

Ange vad som ska stå i rutan för att likheten ska gälla.

$8(5-3x)(5+3x) = \boxed{} - 72x^2$ ____________________ (0/1/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2014 (Matematik 2a).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 4).

24.

Förenkla uttrycken så långt som möjligt.

a) $(x+5)^2 - 10x$ ____________________ (1/0/0)

b) $(x-3)^2 - 4(x-3)(x+3) + 3x^2$ ____________________ (0/1/0)

c) $(x+1+\sqrt{2x+1})(x+1-\sqrt{2x+1})$ ____________________ (0/0/1)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2014 (Matematik 2a).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 9).

25.

Förenkla uttrycket $\frac{a^2-2b}{4}$ så långt som möjligt om $a = 2x+1$ och $b = 2x - 1{,}5$ (0/2/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2015 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 13).

26.

Fiona undersöker två tal där differensen mellan talen är 1. Hon påstår att differensen mellan kvadraten av det större talet och kvadraten av det mindre talet är lika stor som summan av talen.

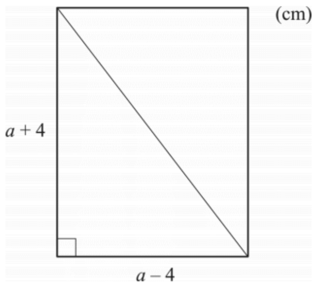
Visa att Fionas påstående alltid stämmer för två tal där differensen mellan talen är 1. (0/2/0)

Från VT 2022 (Matematik 2a, 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 14).

27.

Figuren nedan visar en rektangel med diagonalen inritad.



a) Vilka värden kan a anta om rektangelns area ska vara större än 18 cm^2? Svara exakt.

____________________ (0/1/0)

b) Längden av rektangelns diagonal ges av uttrycket $\sqrt{(a+4)^2+(a-4)^2}$ Förenkla uttrycket så långt som möjligt.

____________________ (0/1/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från vt 2014 (Matematik 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 8).

28.

Faktorisera uttrycket $8x^3 - 18xy^2$ så långt som möjligt.

____________________ (0/0/1)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från vt 2014 (Matematik 2b).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 9).

29.

Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

$\left(\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x-1}\right)\left(\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x-1}\right)$ ____________________ (0/0/1)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2016 (Matematik 2a, 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 8).

30.

Anta att a, b och c är tre på varandra följande heltal där $a < b < c$.

Undersök om uttrycket $\frac{a^2+b^2+c^2-2}{3}$ alltid är ett heltal för alla sådana på varandra följande heltal a, b och c. (0/0/3)

Från VT 2022 (Matematik 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 27).

31.

Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $\frac{(\sqrt{x}+\sqrt{3})^2-(x+3)}{2}$ __________________ (0/0/1)

b) $\frac{x^{\frac{5}{6}}(x^{\frac{1}{3}}+1)(x^{\frac{1}{3}}-1)}{x^{\frac{1}{6}}\cdot x^{\frac{1}{3}}}$ __________________ (0/0/1)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2015 (Matematik 2b).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 9).

Lösa andragradsekvationer

32.

Lös ekvationerna med algebraisk metod.

a) $x^2-6x-16=0$ (2/0/0)

b) $x(x+3)=x+3$ (0/2/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2013 (Matematik 2b).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 10).

33.

En andragradsekvation $x^2+(a+4)x+(b+5)=0$ har lösningarna
$x_1=1$ och $x_2=-3$
Bestäm värdet på a och b. (0/2/0)

Från VT 2015 (Matematik 2c).

34.

För vilka värden på konstanten a har ekvationen $ax^2-5x+2=0$ exakt en rot? 0/2/1

Löses utan digitala hjälpmedel.

35.

Bestäm hur värdet på konstanten a påverkar *antalet* lösningar till ekvationen $2x^2-8x+a=0$. 0/0/2

Löses utan digitala hjälpmedel.

36.

Lös ekvationen $(x-\sqrt{3})^2-4(x-\sqrt{3})+3=0$ om du vet att $t^2-4t+3=0$ har lösningarna $t_1=3$ och $t_2=1$. Svara med exakta värden.

$x_1 =$ __________________

$x_2 =$ __________________ (0/0/1)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från vt 2014 (Matematik 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 10).

37.

I ekvationen $ax^2-a^2x=-2$ är a en positiv konstant. Lös ekvationen och visa vilka värden på a som ger två olika reella rötter. (0/0/3)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från vt 2014 (Matematik 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 17).

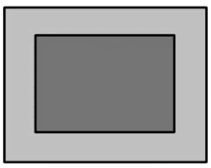
Andragradsekvationer, tillämpningar

38.

Runt en rektangulär pool med måtten 4x5 meter ska det byggas trall. Trallen ska vara lika bred utanför hela poolen.

Hur bred ska trallen vara utanför poolen om trallens area ska vara 25 m^2?

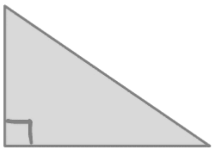
1/2/0



39.

Visa att sidlängderna 3, 4 och 5 är de enda möjliga måtten för en triangel som både ska vara rätvinklig, men också ha egenskapen att det skiljer 1 längdenhet mellan sidornas längd om de räknas upp i storleksordning.

0/1/2

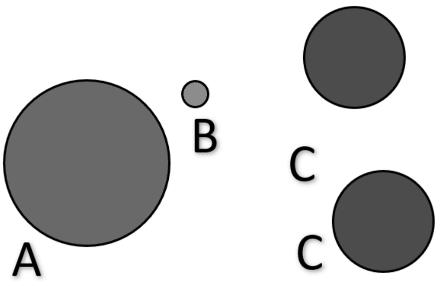


Löses utan digitala hjälpmedel.

40.

Radien i de båda cirklarna C är 5 längdenheter vardera. Medelvärdet av radierna i cirkel A och B är 4 längdenheter.

Sammanlagda arean av cirkel A och B är lika som sammanlagda arean av de två cirklarna C. Bestäm radien i cirkel B.



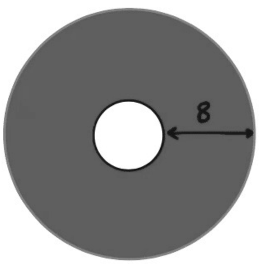
0/0/3

Löses utan digitala hjälpmedel.

41.

Bestäm diametern på stora cirkeln om röda områdets area utgör exakt 96 % av hela områdets area.

0/0/3



Löses utan digitala hjälpmedel.

Andragradsfunktioner och grafer

42.

Andragradsfunktionen $f(x) = 2x^2 + 4x$ har två nollställen.
Ett nollställe är $x = -2$. Ange det andra nollstället.

____________________ (0/1/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2014 (Matematik 2a).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 8).

43.

Bestäm konstanten a så att en rät linje genom punkterna (a, a^2) och $(-2;\, 3{,}19)$ har lutningen 4,2 (0/2/0)

Från HT 2015 (Matematik 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 19).

44.

För en funktion f gäller att $f(x) = 2x^2 + 12x + a$

Bestäm för vilka värden på konstanten a som ekvationen $f(x) = 0$ har två olika reella rötter. (0/2/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2015 (Matematik 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 11).

45.

För en funktion A gäller att $A(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 30x$

a) Har funktionen A ett maximum? Motivera ditt svar. (0/1/0)

b) Bestäm koordinaterna för funktionens maximi-/minimipunkt. (0/2/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2016 (Matematik 2a).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 13).

46.

Bestäm de värden på x där graferna till andragradsfunktionen $f(x) = 3x^2 - 4x - 29$ och linjen $g(x) = 2x + 16$ skär varandra. (0/3/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2013 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 12).

47.

Grafen till en andragradsfunktion går genom punkterna $(-4, 6)$ och $(7, 6)$ och funktionen har endast ett nollställe.

Ange funktionens nollställe. ____________________ (0/0/1)

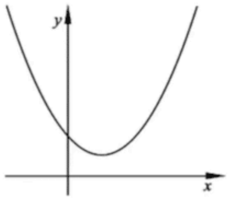
Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2022 (Matematik 2a).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 9).

48.

I figuren visas grafen till andragradsfunktionen f.

Vilket av alternativen A-E nedan skulle kunna ange funktionen f?



A. $f(x) = x^2 - 4x + 6$

B. $f(x) = -x^2 - 4x + 6$

C. $f(x) = x^2 - 6x + 6$

D. $f(x) = x^2 - 10x - 6$

E. $f(x) = x^2 - 10x + 6$

0/0/1

Löses utan digitala hjälpmedel.

49.

För funktionerna f och g gäller att $f(x) = x^2 + a$ och $g(x) = -x^2 + b$. Antalet skärningspunkter mellan funktionernas grafer beror på hur konstanterna a och b väljs.

Undersök hur antalet skärningspunkter beror på valet av a och b. (0/2/1)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2013 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 15).

50.

Bestäm för vilka värden på x som olikheten $x^2 > 3$ gäller.

____________________ (0/1/1)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2013 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 9).

51.

Av två andragradsfunktioner f och g bildas en ny funktion h enligt $h(x) = f(x) - 3 \cdot g(x)$. Avgör vad som alltid måste gälla för att även h ska vara en andragradsfunktion. Motivera ditt svar. (0/0/2)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2015 (Matematik 2a, 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 15).

52.

Vilka värden kan konstanten m ha för att graferna till funktionerna
$y = x^2 + 3,7$ och $y = 2x + m$
inte ska skära varandra?

0/0/2

53.

Det finns oändligt många linjer $y = f(x)$ som skär x-axeln då $x = 4$
Det går att bilda andragradsfunktioner g sådana att $g(x) = x \cdot f(x)$.
Graferna till samtliga sådana andragradsfunktioner g går genom två gemensamma punkter.

Ange koordinaterna för de två gemensamma punkterna.

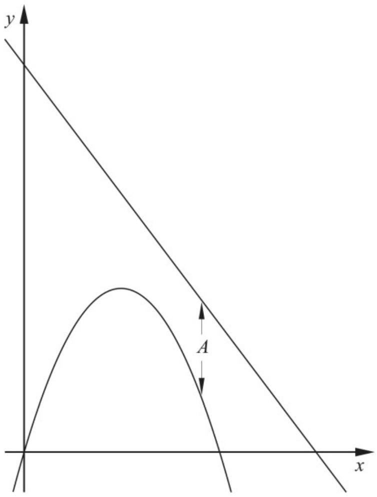
____________________ (0/0/2)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2016 (Matematik 2a, 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 9).

54.

Figuren nedan visar graferna till två funktioner f och g där
$f(x) = -x^2 + 5x$ och $g(x) = -2x + 15$



a) Avståndet A mellan kurvorna i y-led är beroende av värdet av x.
Bestäm A som funktion av x. (0/0/1)

b) Bestäm det minsta avståndet mellan kurvorna i y-led. (0/0/2)

Från vt 2014 (Matematik 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 24).

55.

Funktionen f ges av $f(x) = \frac{x^2}{a}$ där a är en konstant och $a > 0$
En sträcka S dras från den punkt på funktionens graf där x-koordinaten är a till den punkt på funktionens graf där x-koordinaten är $2a$.

Bestäm längden av sträckan S uttryckt i a. (0/0/2)

Från VT 2022 (Matematik 2a, 2b och 2c).

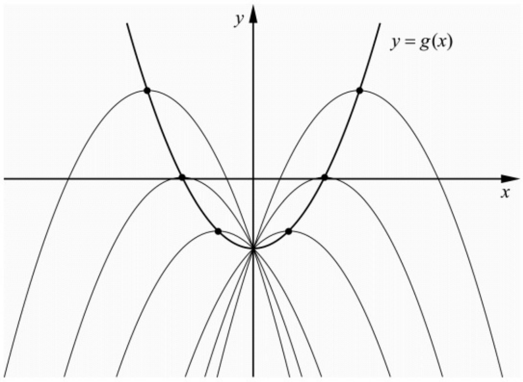
Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 28).

56.

För andragradsfunktionen f gäller att $f(x) = -0{,}5x^2 + bx - 2$

a) Bestäm för vilka värden på b som f endast har ett nollställe. (0/2/0)

I figuren nedan ser du graferna till funktionen f för några olika värden på b. Grafernas maximipunkter är markerade. Då b varierar följer maximipunkterna grafen till en ny andragradsfunktion g, se figur.



b) Bestäm andragradsfunktionen g. (0/0/3)

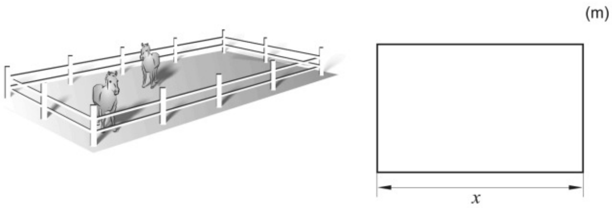
Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2015 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 17).

Andragradsfunktioner: Tillämpningar

57.

Bosse ska bygga en rektangulär hage av 120 meter staket till sina två hästar.
Längden av hagens ena sida betecknas med x. Se figur.



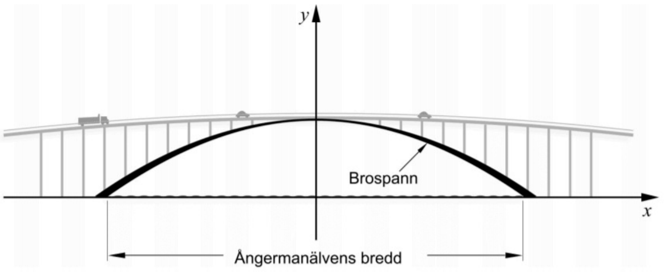
Teckna hagens area A som en funktion av x. ____________________ (0/1/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2022 (Matematik 2a, 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 7).

58.

Sandöbron är en bro över Ångermanälven. Bron byggdes 1943 och var fram till 1964 världens största betongbro med endast ett brospann.



Formen på brospannet kan beskrivas med andragradsfunktionen h där

$h(x) = -0{,}0023x^2 + 40$

$h(x)$ är höjden i meter över vattnet.
x är avståndet i meter längs vattenytan från mitten av bron.

a) Hur högt över vattnet kör bilarna när de passerar brons högsta punkt? *Endast svar krävs* (1/0/0)

b) Beräkna bredden på Ångermanälven under bron. (0/2/0)

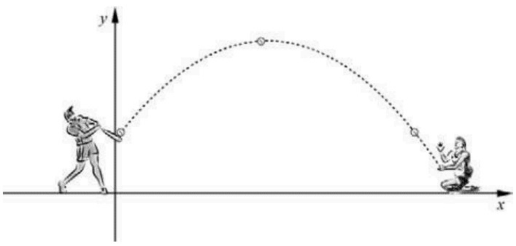
Från HT 2012 (Matematik 2a, 2b eller 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 19).

59.

Adelina och Linda tränar brännboll. Adelina slår iväg bollen med ett slagträ och Linda tränar på att ta lyra, det vill säga fånga bollen innan den når marken.

Vid ett tillfälle kan bollens bana beskrivas med funktionen
$y = -0{,}10x^2 + 2x + 1$
y är bollens höjd över marken i meter.
x är avståndet i meter längs marken från utslagsplatsen.



Hur långt från utslagsplatsen befinner sig Linda om hon fångar bollen 0,80 meter över marken? 1/2/0

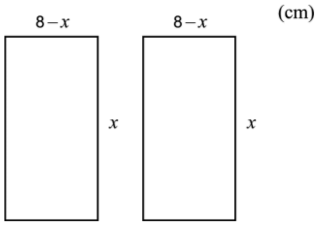
Lånad från kunskapsmatrisen.se.

Kommentar: I videoförklaringen visar jag hur man snabbt kan lösa uppgiften i exempelvis GeoGebra. Samma metod kan användas på grafritande räknare. Jag skriver aldrig ner svaret utan berättar det.

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 1).

60.

Figuren visar två rektanglar som har sidlängderna x cm respektive $(8 - x)$ cm.



Bestäm den största totala area som de två rektanglarna kan ha tillsammans. (1/2/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2015 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 12).

61.

Viveca är ute och spelar golf. Hon har bra koll på hur bollen skall gå när hon slår med en klubba. På ett hål skall hon slå över ett träd och tänker att bollen skall landa 135 meter bort och sedan rulla cirka 10 meter. Trädet är 15 m högt och står 50 meter från henne. Bollens högsta höjd är 18 meter. Anta att bollens bana är en parabel.

a) Bestäm en funktion som beskriver bollbanans parabel.

b) Kommer Vivecas boll att kunna gå över trädet?

1/3/1

Lånad från kunskapsmatrisen.se.

Kommentar: I videoförklaringen visar jag hur man snabbt kan lösa uppgiften i exempelvis GeoGebra. Samma metod kan användas på grafritande räknare. Jag skriver aldrig ner svaret utan berättar det.

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 3).

62.

Bilden visar en fontän i Sydkoreas huvudstad Seoul.

Avståndet längs vattenytan från en stråles start till dess att strålen träffar vattnet är ungefär 2,3 m. Strålens högsta höjd över vattenytan är ungefär 3,1 m. Anta att strålens bana har samma form som grafen till en andragradsfunktion.

Bestäm en funktion som beskriver strålens bana. (0/0/3)

Från VT 2013 (Matematik 2a, 2b eller 2c).

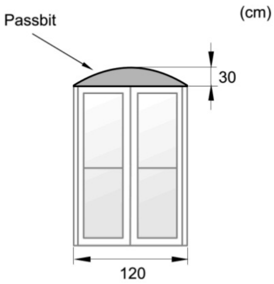
Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 25).

63.

Vid fönsterbyte i ett gammalt tegelhus behövs det passbitar av trä ovanför de rektangulära fönstren. Passbitarnas övre kant har samma form som grafen till en andragradsfunktion, se figur 1.

En passbit har bredden 120 cm och största höjden 30 cm, se figur 2.

Figur 1



Figur 2

Snickerifirman som ska tillverka passbitarna av trä vill bestämma en andragradsfunktion för att kunna göra en modell för passbiten.

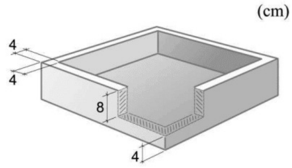
Bestäm en andragradsfunktion som beskriver passbitens övre kant. (0/0/3)

Från VT 2016 (Matematik 2a, 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 22).

64.

Jonna funderar på att gjuta ett fågelbad i betong. Fågelbadet ska ha en kvadratisk bottenyta och djupet från överkanten till botten ska vara 8,0 cm. Botten och sidor ska ha en tjocklek på 4,0 cm. Se figur.



Jonna har en säck betong som räcker till 12 500 cm^3 färdig betong. För att få så stort fågelbad som möjligt tänker hon använda hela säcken med betong.

Hur lång utvändig sida får Jonnas fågelbad? 0/0/3

Lånad från kunskapsmatrisen.se.

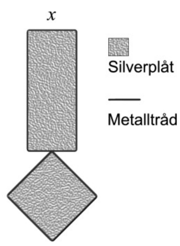
Kommentar: I videoförklaringen visar jag hur man snabbt kan lösa uppgiften i exempelvis GeoGebra. Samma metod kan användas på grafritande räknare. Jag skriver aldrig ner svaret utan berättar det.

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 4).

65.

Juhani ska tillverka smycken av metalltråd och silverplåt med formen av en rektangel och en kvadrat.

Juhani bestämmer att rektangelns längd ska vara tre gånger så lång som bredden. Han betecknar rektangelns bredd med x cm. Juhani tänker täcka hela smycket med silverplåt, se figur.



Till varje smycke tänker Juhani använda en tråd med längden 28 cm. Den ska räcka till både rektangelns och kvadratens omkrets. Eftersom silverplåt är dyrt vill han att smyckets area A cm^2 ska bli så liten som möjligt.

a) Teckna arean A cm^2 av smyckets silverplåt, som funktion av rektangelns bredd x cm. (0/1/1)

b) Förklara varför definitionsmängden för areafunktionen är $0 < x < \frac{7}{2}$. (0/1/1)

c) Bestäm rektangelns bredd x så att arean A blir så liten som möjligt. (0/0/2)

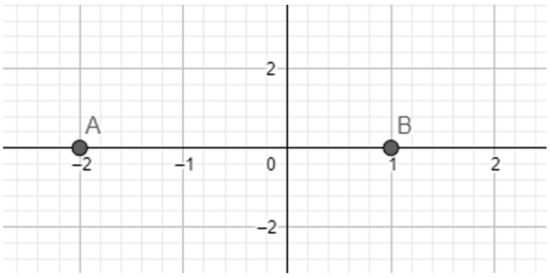
Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2015 (Matematik 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 13).

Andragradsfunktioner på faktorform, samt att skriva funktionen för en graf

66.

Ge ett förslag på en andragradsfunktion vars graf går genom dessa punkter.



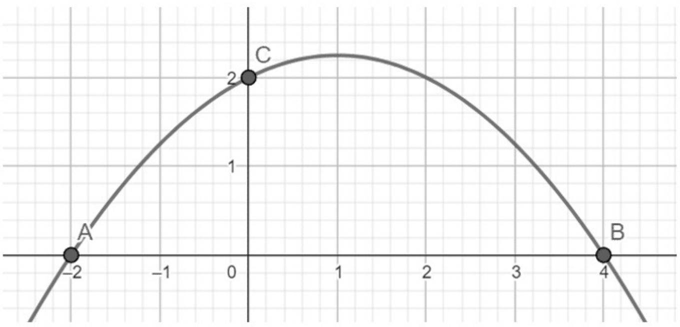
1/0/0

OBS: Poängsättningen är missvisande eftersom uppgiften var inspelad för Matematik 3 från början. I Matematik 2-kurserna skulle det **ge mer poäng** och mot de högre betygsnivåerna.

Löses utan digitala hjälpmedel.

67.

Vilken är andragradsfunktionen som är ritad nedan?



2/0/0

OBS: Poängsättningen är missvisande eftersom uppgiften var inspelad för Matematik 3 från början. I Matematik 2-kurserna skulle det **ge mer poäng** och mot de högre betygsnivåerna.

Löses utan digitala hjälpmedel.

Repetition: **Regler för potenser och rötter**

68.

Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $(x+5)^2-(5+x)(x+5)$ ____________________ (0/1/0)

b) $\dfrac{2x^{\frac{4}{3}}\cdot x^{\frac{2}{3}}}{x^2}$ ____________________ (0/1/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från vt 2014 (Matematik 2b).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 5).

69.

Förenkla uttrycken så långt som möjligt.

a) $(x+5)^2-10x$ ____________________ (1/0/0)

b) $(x+1+\sqrt{2x+1})(x+1-\sqrt{2x+1})$ ____________________ (0/0/1)

c) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n+1}+\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n+1}+\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n+1}$ ____________________ (0/0/1)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2014 (Matematik 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 9).

70.

Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $\dfrac{(\sqrt{x}+\sqrt{3})^2-(x+3)}{2}$ ____________________ (0/0/1)

b) $\dfrac{x^{\frac{5}{6}}(x^{\frac{1}{3}}+1)(x^{\frac{1}{3}}-1)}{x^{\frac{1}{6}}\cdot x^{\frac{1}{3}}}$ ____________________ (0/0/1)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2015 (Matematik 2b).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 9).

71.

Förenkla uttrycket $3^{\frac{n}{2}-1}+3^{\frac{n}{2}-1}+3^{\frac{n}{2}-1}$ så långt som möjligt.

____________________ (0/0/1)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2012 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 10).

72.

Lös ekvationerna med algebraisk metod. Svara exakt.

a) $x^2 - 8x + 7 = 0$ (2/0/0)

b) $(x-4)^2 = 2(x-4)$ (0/2/0)

c) $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{x}$ (0/0/2)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2016 (Matematik 2a och 2b).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 11).

Potensekvationer och exponentialekvationer

73.

Lös ekvationerna, svara exakt:

a) $x^{15} = 8$ 1/0/0

Kommentar: I videoförklaringen är det svaret med röd text som är det exakta svaret.

b) $x^{15} = -8$ 1/0/0

c) $x^{\frac{1}{5}} = 2$ 1/0/0

d) $4x^{\frac{4}{7}} = 12$ 0/2/0

Löses utan digitala hjälpmedel.

74.

Lös ekvationen $\frac{3}{10^x} = 10^x$ med algebraisk metod. Svara exakt. (0/2/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2015 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 14).

75.

Lös ekvationerna. Svara exakt.

a) $5^x = 3$ ___________________ (1/0/0)

b) $\left(1 + \frac{x}{100}\right)^{\frac{1}{3}} = 2$ ___________________ (0/1/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2016 (Matematik 2a, 2b och 2c (ej b-uppgiften).).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 6).

76.

Lös ekvationerna.

a) $x^{\frac{1}{4}} = 2$ ___________________ (1/0/0)

b) $9^{\frac{3}{2}} \cdot 9^{\frac{x}{2}} = 9$ ___________________ (0/1/0)

c) $3(3^x + 3^x + 3^x) = 3^{35}$ ___________________ (0/0/1)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2014 (Matematik 2a).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 5).

77.

Lös ekvationerna.

a) $x^{\frac{2}{3}} = 5^2,\ x > 0$ (0/2/0)

b) $4^x = 2^{4x+5}$ (0/0/2)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2012 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 14).

78.

a) Lös ekvationen och svara exakt.

$(x^3-5)^{\frac{1}{5}} = 4^{\frac{1}{10}}$ (0/0/1)

b) I vilket av följande intervall A–F finns lösningen till ekvationen
$(x^3-5)^{\frac{1}{5}} = 4^{\frac{1}{10}}$? Motivera ditt svar. (0/0/2)

A. $0,5 \le x < 1$
B. $1 \le x < 1,5$
C. $1,5 \le x < 2$
D. $2 \le x < 2,5$
E. $2,5 \le x < 3$
F. $3 \le x < 3,5$

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2016 (Matematik 2a).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 15).

79.

Lös ekvationerna och svara exakt på enklaste form.

a) $5^x = 7$ ____________________ (1/0/0)

b) $\lg 1000 + 97 = 10^x$ ____________________ (0/1/0)

c) $3^{4x} = 10^2$ ____________________ (0/1/0)

d) $(3x-4)(4-3x) = -9x^2$ ____________________ (0/1/0)

e) $(5987-x)^2 - 2(5987-x) = 0$ ____________________ (0/0/1)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2022 (Matematik 2b).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 6).

Logaritmer

80.

Beräkna 10^{-x} om $\lg x = 0$ ____________________ (0/1/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2015 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 6).

81.

Bestäm ett exakt värde för x^3 om $\lg x^{\frac{3}{5}} = 2$ ____________________ (0/0/1)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2013 (Matematik 2b).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 8).

82.

a) Lös ekvationen och svara exakt.

$10^{3x+3} = 9$ ____________________ (0/1/0)

b) I vilket av intervallen A – F finns lösningen till ekvationen
$10^{3x+3} = 9$?

A. $-1,5 \le x < -1$
B. $-1 \le x < -0,5$
C. $-0,5 \le x < 0$
D. $0 \le x < 0,5$
E. $0,5 \le x < 1$
F. $1 \le x < 1,5$ ____________________ (0/0/1)

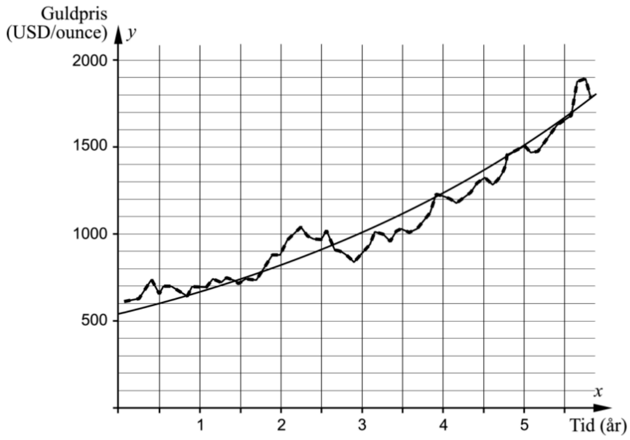
Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2015 (Matematik 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 7).

Exponentialfunktioner med Geogebra

83.

Diagrammet visar prisutvecklingen på guld och grafen till en exponentialfunktion som har anpassats till värdena. På x-axeln visas tiden i år efter den 1 januari år 2006 och på y-axeln visas guldpriset i USD/ounce.



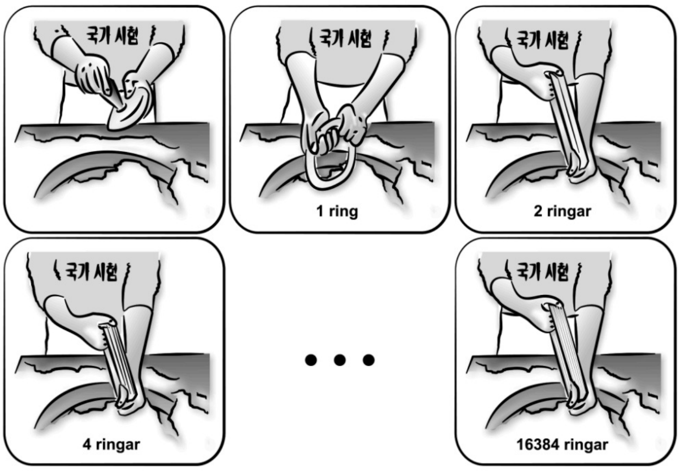
Bestäm den anpassade exponentialfunktionen. (0/2/0)

Från VT 2016 (Matematik 2a, 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 19).

84.

Den sydkoreanska sötsaken Kkultarae görs av en klump hård honung som doppas i majsmjöl. I mitten av klumpen görs ett hål och klumpen sträcks ut till en ring. Ringen doppas i majsmjöl och vrids och viks så att två ringar bildas. Ringarna vrids och viks ytterligare en gång så att fyra ringar bildas, se nedan.



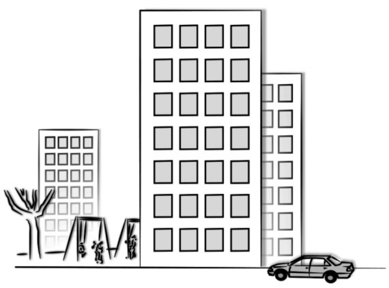
Vridningarna och vikningarna upprepas tills en bunt av 16 384 tunna ringar bildats. Bestäm hur många gånger antalet ringar har fördubblats totalt. (0/2/0)

Från VT 2016 (Matematik 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 20).

85.

En bostadsrätt köptes i juni år 2000 för 850 000 kr. I juni år 2011 såldes den för 1,6 miljoner kr.



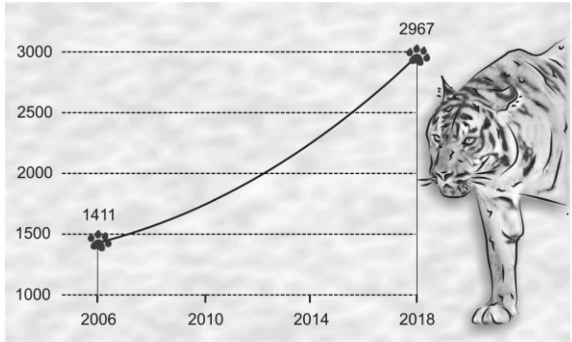
Anta att den årliga procentuella värdeökningen har varit lika stor under hela tidsperioden. Beräkna den årliga procentuella värdeökningen för bostadsrätten. (0/2/0)

Från HT 2013 (Matematik 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 19).

86.

Tidningen Times of India släppte år 2018 nyheten att antalet tigrar i Indien mer än fördubblats sedan år 2006.



Tidningen uppgav att det fanns 1411 tigrar i Indien år 2006 och att det fanns 2967 tigrar år 2018. Anta att tigrarna räknades i början av år 2006 och i början av år 2018. Anta även att den årliga procentuella förändringen av antalet tigrar var lika stor under tidsperioden och att förändringen fortsätter i samma takt även efter år 2018.

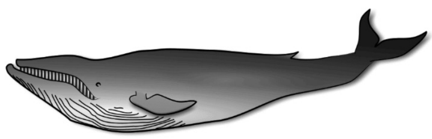
Bestäm vilket år som tigrarnas antal förväntas vara 5000. (0/3/0)

Från VT 2022 (Matematik 2a, 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 23).

87.

Det största djur som någonsin funnits på jorden är blåvalen. Under de senaste hundra åren har antalet blåvalar minskat kraftigt på grund av jakt.



År 1900 fanns det ungefär 239 000 blåvalar i världshaven och hundra år senare var antalet ungefär 2 300. Anta att antalet blåvalar minskar exponentiellt med tiden.

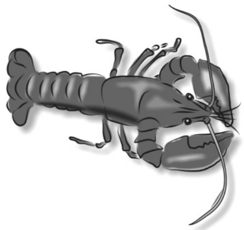
Bestäm vilket år det för första gången kommer att vara färre än 200 blåvalar om minskningen fortsätter i samma takt. (0/3/0)

Från VT 2015 (Matematik 2a, 2b eller 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 21).

88.

På hösten då fisket av hummer inleds, auktioneras fångsten ut till högstbjudande. Jämförpriset i kr/kg kan då bli väldigt högt.



Vid auktionen år 2009 blev högsta jämförpriset för hummer 1130 kr/kg och år 2012 hade det högsta jämförpriset ökat till 102 000 kr/kg.

Anta att ökningen av högsta jämförpriset har varit exponentiell.

a) Med hur många procent per år har högsta jämförpriset på hummer ökat? (0/2/0)

b) Vad borde högsta jämförpriset för hummer bli vid auktionen år 2014 om det skulle följa samma årliga procentuella utveckling som under perioden år 2009 till år 2012? (0/1/0)

Från VT 2014 (Matematik 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 21).

89.

Stina, Lisa och Valeria undersöker hur kaffe svalnar i ett rum där temperaturen är 20 °C. De häller upp kaffe som har temperaturen 95 °C. Efter fem minuter är kaffets temperatur 73 °C.

De ställer upp var sin modell för hur kaffet svalnar, där y är kaffets temperatur i °C och x är antalet minuter efter att kaffet har hällts upp.

Stina: $y = -4{,}4x + 95$

Lisa: $y = 95 \cdot 0{,}949^x$

Valeria: $y = 75 \cdot 0{,}933^x + 20$

Av de tre modellerna är det Valerias modell som stämmer bäst överens med verkligheten.

a) Kaffe anses vara godast om det har temperaturen 65 °C. Beräkna med hjälp av Valerias modell den tid det tar för kaffet att bli 65 °C. (0/1/0)

b) Varken Stinas eller Lisas modell stämmer överens med verkligheten över tid. Förklara varför. (0/1/0)

Från HT 2014 (Matematik 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 22).

90.

Ett av Sveriges miljömål är att minska koldioxidutsläppet. År 1990 var koldioxidutsläppet $7{,}29 \cdot 10^7$ ton. År 2011 hade utsläppet minskat till $6{,}63 \cdot 10^7$ ton. Anta att koldioxidutsläppet har minskat enligt det exponentiella sambandet

$y = C \cdot a^x$

där y motsvarar koldioxidutsläppet i ton och x motsvarar antalet år efter 1990.

a) Bestäm konstanten C i sambandet ovan. *Endast svar krävs* (1/0/0)

b) Beräkna den årliga procentuella minskningen mellan år 1990 och år 2011. (2/0/0)

Målet är att minska koldioxidutsläppet med 40 % från år 1990 till år 2020.

c) Anta att den årliga procentuella minskningen är 1 % från och med år 2011 då utsläppet var $6{,}63 \cdot 10^7$ ton. Hur många år kommer det att ta, räknat från år 2011, innan koldioxidutsläppet är 40 % lägre än år 1990? (0/2/0)

Från VT 2013 (Matematik 2a, 2b eller 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 22).

91.

I friidrott tävlar deltagarna i tiokamp i tio olika grenar. För att kunna summera resultaten från dessa grenar räknas resultatet i varje gren om till poäng.

Vid poängberäkning i grenen spjut används följande formel:

$P = 10{,}14 \cdot (D - 7{,}0)^{1{,}08}$

där P är antalet poäng och D är uppmätt resultat i meter.

Ashton Eaton, världsrekordhållare i tiokamp, vann OS-guld i London 2012. I spjut satte han då personligt rekord med ett kast på 61,96 m.

a) Beräkna hur många poäng Eaton fick i spjut med sitt kast på 61,96 m. (1/0/0)

Eatons totalpoäng vid OS i London var 8869 poäng. Silvermedaljören Trey Hardee fick totalt 8671 poäng. I spjut kastade Hardee 66,65 m.

b) Hur långt hade Hardee behövt kasta i spjut för att slå Eatons totalpoäng 8869? Utgå från att hans resultat i de andra grenarna är oförändrade. (0/2/0)

Från VT 2013 (Matematik 2a, 2b eller 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 20).

Exponentialfunktioner utan digitala verktyg

92.

Under år 1998 skickades 44 miljoner sms i Sverige. Under år 2012 skickades 16 514 miljoner sms. Anta att den årliga procentuella ökningen av antal sms per år har varit lika stor under hela tidsperioden.

Beteckna den årliga förändringsfaktorn med a. Teckna en ekvation med vars hjälp a kan beräknas.

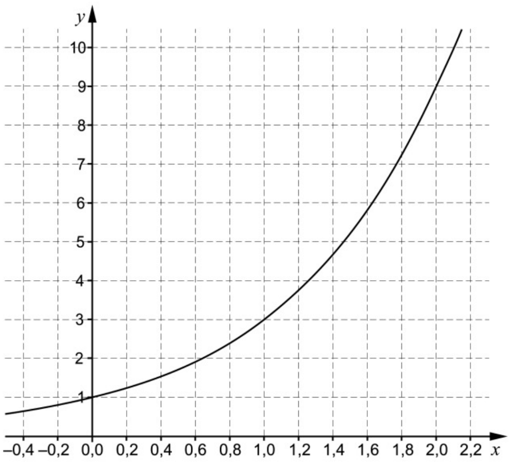
_____________________ (0/1/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2015 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 7).

93.

Med hjälp av ett ritprogram ritar Kalle upp grafen till en exponentialfunktion f där $y = f(x)$.



a) Använd grafen och bestäm a om $f(a) = 2$ _____________________ (0/1/0)

b) Ange funktionsuttrycket för den funktion som Kalle ritat.

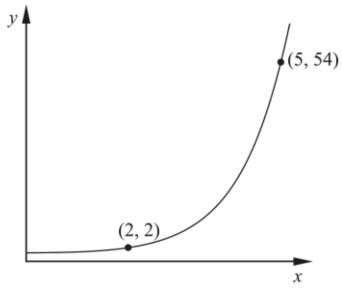
_____________________ (0/1/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2014 (Matematik 2a, 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 8).

94.

Figuren visar grafen till en exponentialfunktion.



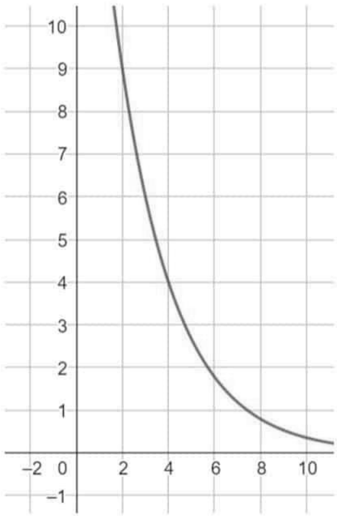
Bestäm y-koordinaten för grafens skärningspunkt med y-axeln.
Förenkla svaret så långt som möjligt och svara exakt. (0/0/2)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2022 (Matematik 2a, 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 15).

95.

Bilden visar grafen till en exponentialfunktion. Bestäm grafens skärningspunkt med y-axeln.



0/1/1

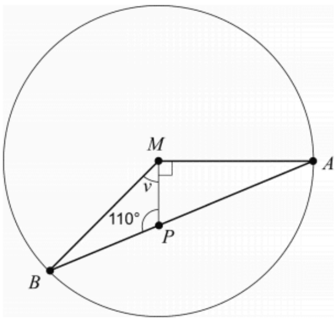
Löses utan digitala hjälpmedel.

Kortfattat facit (uppgift 16).

Randvinkelsatsen

96.

Triangeln ABM är inskriven i en cirkel med medelpunkten M. Punkten P ligger på linjen AB, se figur.



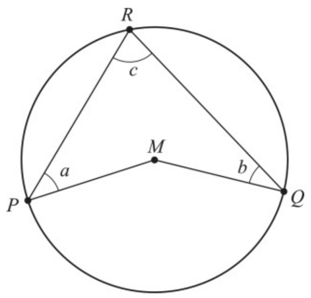
Bestäm vinkeln v. (1/1/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2013 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 11).

97.

Figuren visar fyrhörningen $PMQR$ i en cirkel där P, Q och R ligger på cirkelns rand och M är cirkelns medelpunkt. Vinklarna a, b och c är markerade i figuren.



Visa att sambandet $a + b = c$ gäller för alla fyrhörningar $PMQR$ där P, Q och R ligger på cirkelns rand och M är cirkelns medelpunkt. (0/2/0)

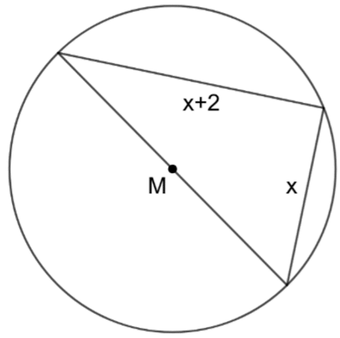
Från VT 2022 (Matematik 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 24).

98.

Cirkeln i bilden har radien 5 längdenheter och medelpunkten M.

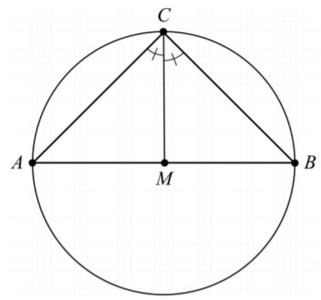
Bestäm längden av sträckan x.



0/3/0

99.

Figuren visar en triangel ABC som är inskriven i en cirkel. Sidan AB går genom cirkelns medelpunkt M. Vinklarna ACM och BCM är lika stora.



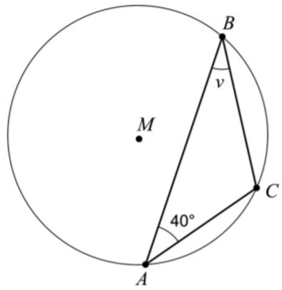
Visa att sträckan CM är vinkelrät mot sträckan AB. (1/1/2)

Från HT 2012 (Matematik 2a, 2b eller 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 24).

100.

Triangeln ABC är inskriven i en cirkel med medelpunkten M. Sträckan AC är lika lång som cirkelns radie. Vinkeln $BAC = 40°$, se figur.



Bestäm vinkeln v. (0/0/2)

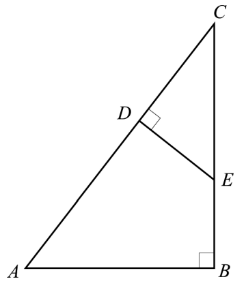
Från HT 2013 (Matematik 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 24).

Likformighet

101.

I figuren är triangeln *CDE* inritad i en annan triangel *ABC*. Sträckan *CD* har längden 4,0 cm, sträckan *BC* har längden 9,0 cm och sträckan *AB* har längden 6,0 cm.



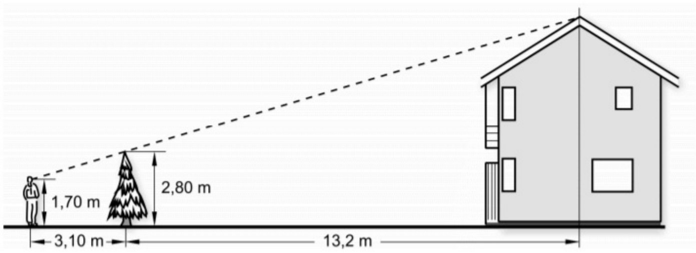
Beräkna längden av sträckan *CE*. (0/3/0)

Från VT 2016 (Matematik 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 18).

102.

Rickard har fått i uppgift att bestämma höjden på ett hus. För att göra detta tar han hjälp av en gran som står framför huset. Rickard ställer sig så att han ser toppen på granen och toppen på taket sammanfalla. Han gör en markering där han står. Därefter tar han mått på nödvändiga sträckor och skriver in dem i skissen nedan.



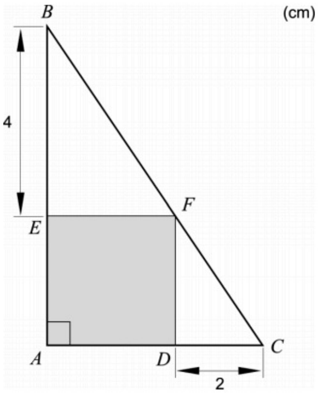
Beräkna hur högt huset är. (0/4/0)

Från HT 2012 (Matematik 2a, 2b eller 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 22).

103.

I en rätvinklig triangel *ABC* finns en grå kvadrat *AEFD* inritad. Sträckan *BE* är 4 cm och sträckan *CD* är 2 cm. Se figur.



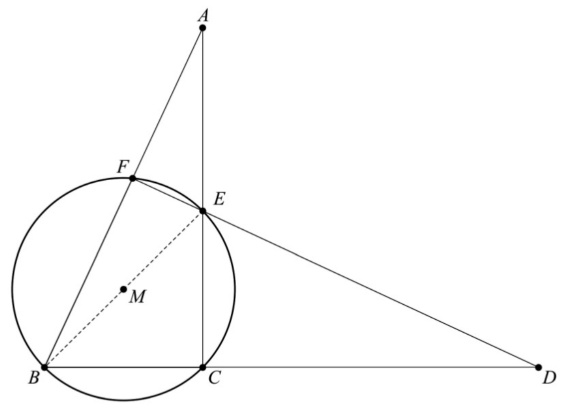
Visa att den grå kvadratens area är 8 cm^2. (0/2/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2015 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 15).

104.

Figuren visar en cirkel med medelpunkten *M* och två trianglar *ABC* och *BDF*. Sträckan *BE* är cirkelns diameter.



a) Visa att trianglarna *ABC* och *BDF* är likformiga. (0/2/0)

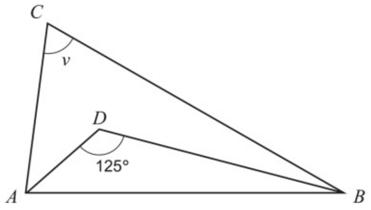
b) Sträckan *BD* är 13,8 cm och *BF* är 5,6 cm. Sträckorna *BC* och *CE* är lika långa. Beräkna sträckan *AB* om cirkelns diameter är 6,0 cm. (0/3/0)

Från HT 2015 (Matematik 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 20).

105.

I triangeln ABC dras en bisektris från A och en bisektris från B så att bisektriserna skär varandra i D. Bisektriserna bildar en vinkel som är 125°. Se figur.



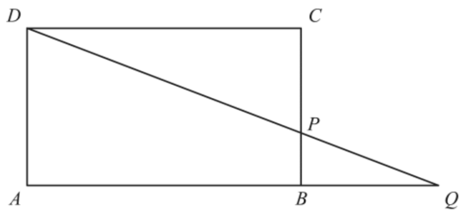
Bestäm vinkeln v. (0/2/0)

Från VT 2022 (Matematik 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 12).

106.

Figuren visar rektangeln $ABCD$ med en punkt P på sidan BC. När sträckorna DP och AB förlängs skär de varandra i punkten Q.



Bestäm $\dfrac{AB}{AQ}$ om $BP = a$ och $PC = 3a$. (0/0/3)

Från VT 2022 (Matematik 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 29).

107.

I en likbent triangel dras en linje så att linjen delar triangeln i en topptriangel och ett parallelltrapets. Topptriangelns bas blir gemensam med en av sidorna i parallelltrapetset och får längden 9,0 cm. Topptriangelns andra två sidor blir då 8,0 cm vardera. Beräkna längden av parallelltrapetsets sidor om topptriangeln har lika stor omkrets som parallelltrapetset. (0/0/4)

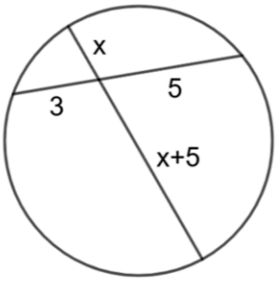
Från vt 2014 (Matematik 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 25).

Kordasatsen

108.

Bestäm längden av sträcken x.



0/2/0

Avståndsformeln och mittpunktsformeln

109.

a) I ett koordinatsystem finns punkten $Q(1, 0)$. Ge ett exempel på koordinaterna för punkten P om avståndet mellan P och Q är 5 längdenheter.

____________________ (1/0/0)

b) Mitt emellan punkterna $A(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ och B i ett koordinatsystem ligger punkten $M(1, \frac{3}{4})$.

Bestäm koordinaterna för punkten B. ____________________ (0/1/0)

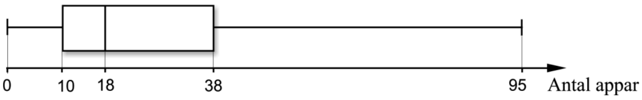
Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2022 (Matematik 2a, 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 5).

Lägesmått, spridningsmått och lådagram

110.

Berra, Emil och Elias gör en statistisk undersökning där de frågar sina 27 klasskamrater: ”Hur många appar har du installerat i din telefon?”
Resultatet av de 27 svaren redovisar de i lådagrammet nedan.



a) Bestäm kvartilavståndet. ____________________ (1/0/0)

Endast en klasskamrat hade installerat exakt 38 appar.

b) Hur många klasskamrater hade installerat mer än 38 appar?

____________________ (0/1/0)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2016 (Matematik 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 4).

111.

För fyra personers timlöner gäller följande:

Medelvärde: 210 kr/h
Median: 200 kr/h
Variationsbredd: 80 kr/h

Undersök vad timlönen kan vara för den person som har den högsta timlönen. (0/2/0)

Från VT 2022 (Matematik 2a, 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 26).

112.

Medianen för tre heltal är 34. Medelvärdet är 26 och variationsbredden 30.

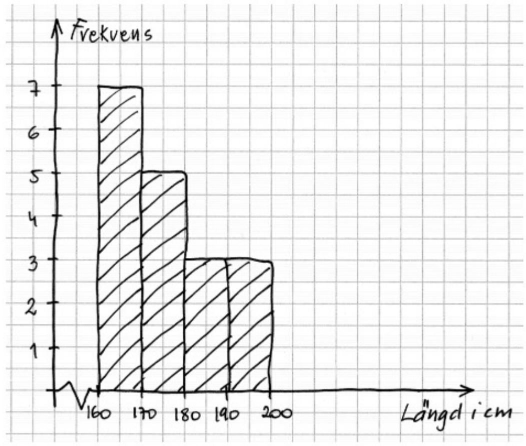
Vilka är de tre talen? (0/3/0)

Från VT 2013 (Matematik 2a, 2b eller 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 21).

113.

Emelie gör en statistisk undersökning om sina 18 klasskamraters längd. Hon beräknar sedan medelvärdet av längderna och får det till 175,5 cm.
Emelie presenterar sina resultat i ett histogram. Se nedan.



Emelie visar histogrammet för Anton. Han beräknar medelvärdet med hjälp av histogrammet och får då medelvärdet till 176,1 cm. Både Emelie och Anton räknar rätt men får olika medelvärden.

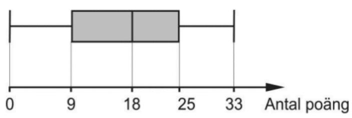
Förklara varför medelvärdet blir olika med de olika metoderna. (0/1/1)

Från VT 2013 (Matematik 2a, 2b eller 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 23).

114.

På ett matematikprov var det möjligt att få 0 till 35 poäng. Elevernas resultat på provet sammanställdes i ett lådagram. Se figur.



De elever som var frånvarande vid provtillfället fick göra samma prov veckan efter. Medianen för dessa elevers provresultat blev 20 poäng. Den elev som nu lyckades bäst fick 34 poäng.
Alla resultat från båda provtillfällena sammanställs i ett nytt lådagram.

Något eller några av påståendena A–D är sanna. Vilket eller vilka?

Det finns tillräcklig information för att med säkerhet dra slutsatsen att

A. det minsta värdet är oförändrat i det nya lådagrammet.

B. det största värdet förändras i det nya lådagrammet.

C. medianen förändras i det nya lådagrammet.

D. andelen elever som fick 9 poäng eller mer på provet förändras i det nya lådagrammet.

____________________ (0/0/1)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2022 (Matematik 2a).*

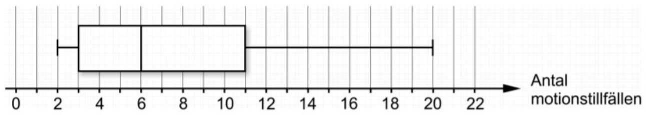
Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 11).

115.

I en statistisk undersökning fick 11 personer svara på frågan:

”Hur många gånger har du motionerat den senaste månaden?”

Resultatet av undersökningen sammanställdes i ett lådagram.



Mellan vilka värden kan medelvärdet av antalet motionstillfällen ligga? (0/1/3)

Från HT 2012 (Matematik 2a, 2b eller 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 25).

Standardavvikelse och normalfördelning

116.

Sockerföretaget ”Betan” vill förvissa sig om att varje förpackning de tillverkar innehåller rätt mängd socker (1000 g). De gör därför en stickprovsundersökning där de får följande resultat:

1040, 995, 1000, 1032, 1027, 997, 1016, 1024, 1026, 1001

a) Beräkna medelvärde och standardavvikelse för materialet.

b) Antag att förpackningarnas vikt är normalfördelad med medelvärde och standardavvikelse enligt ovan.

Hur stor är sannolikheten att en kund får en förpackning som innehåller mindre än 1000 gram socker?

c) Risken att få en förpackning som innehåller för lite socker ska enligt företagets policy vara högst 2,5 %.

Hur kan det nuvarande medelvärdet respektive den nuvarande standardavvikelsen förändras för att det ska vara möjligt?

2/1/1

OBS: I a-uppgiften är standardavvikelsen fel i videon. Detta beror på att cellen för medelvärdet också markerades. Korrekt svar ska vara 16,3.

117.

En maskin tillverkar skruvar. Skruvarnas längder är normalfördelade med en standardavvikelse på 0,20 mm.

Ungefär 82 % av skruvarna har en längd mellan 54,0 mm och 54,6 mm.

Bestäm skruvarnas medellängd. (0/2/1)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2013 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 14).

118.

Som ett led i ett bageris kvalitetskontroll vägs ett antal bakade kanelsnäckor. Kvalitetskontrollen visar att vikten är normalfördelad med medelvikten 120 gram och standardavvikelsen 4,0 gram.

Hur många kanelsnäckor kan förväntas väga mellan 115 gram och 130 gram om man en dag bakar 450 kanelsnäckor? (0/2/0)

Från HT 2013 (Matematik 4).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 24).

Kommentar: Uppgiften är från Matematik 4, men samma uppgift kan även komma i Matematik 2. Videoförklaringen startar vid det tillfälle där jag visar hur man gör i GeoGebra. Metoden som jag visar precis innan ingår inte i Matematik 2.

119.

Företaget Konservburken tillverkar konserver med krossade tomater. På en viss sorts burkar med krossade tomater anges att innehållet väger 400 gram. Som ett led i företagets kvalitetskontroll vägs innehållet i ett antal burkar. Det visar sig att vikten är normalfördelad med medelvikten 404 gram och standardavvikelsen 5,0 gram. För att uppfylla företagets viktkrav ska burkarna innehålla minst 395 gram krossade tomater.

Bestäm sannolikheten att en slumpvis vald konservburk innehåller minst 395 gram krossade tomater. (0/2/0)

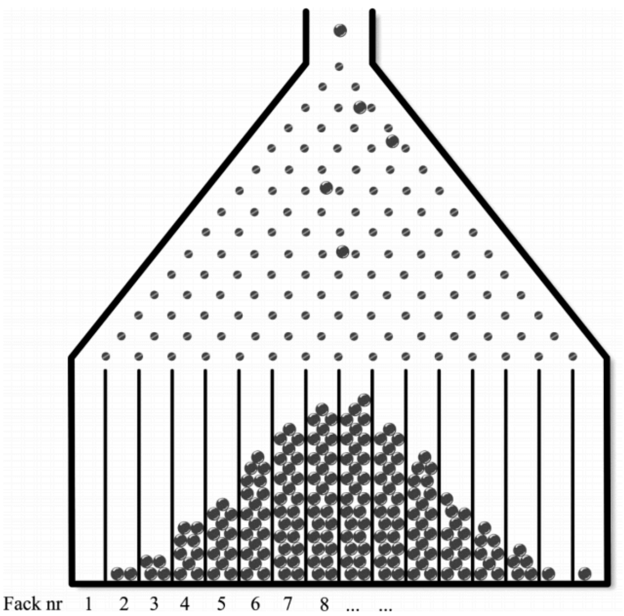
Från HT 2014 (Matematik 4).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 25).

Kommentar: Uppgiften är från Matematik 4, men samma uppgift kan även komma i Matematik 2. Videoförklaringen startar vid det tillfälle där jag visar hur man gör i GeoGebra. Metoden som jag visar precis innan ingår inte i Matematik 2.

120.

En Galtonbräda är en anordning som används för att illustrera normalfördelning. Kulor släpps ner och ändrar riktning genom att passera ett antal spikar. Kulorna hamnar i olika fack och antalet kulor i facken blir ungefär normalfördelat kring mitten av brädan. Se figur.



Vid ett experiment släpptes 1478 kulor ner i en Galtonbräda med 16 fack. I fack 6 hamnade 136 kulor, i fack 7 hamnade 223 kulor och i fack 8 hamnade 281 kulor.

Hur många kulor bör ha hamnat i fack 5? (0/0/2)

Från VT 2015 (Matematik 2a, 2b eller 2c).

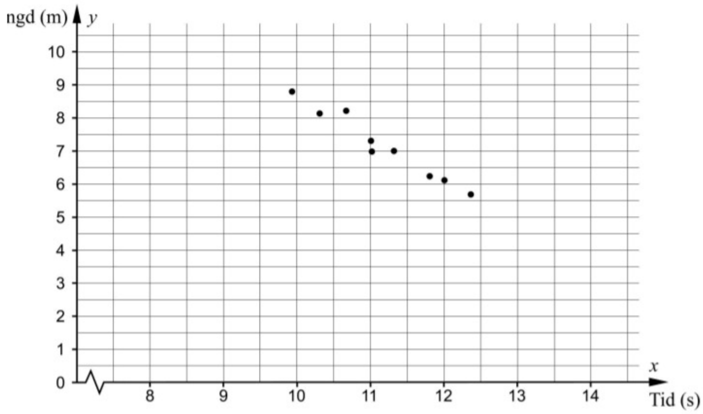
Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 24).

Regressionsanalys

121.

Nio personer som tävlar i både längdhopp och 100 meter löpning uppger sina bästa resultat. Deras resultat är redovisade i tabellen och markerade i diagrammet nedan.

100 m löpning	**Längdhopp**
Tid (s)	Längd (m)
9,92	8,79
10,3	8,13
10,66	8,21
11,00	7,30
11,01	6,98
11,31	7,00
11,80	6,23
12,00	6,11
12,36	5,69



Det verkar finnas ett linjärt samband mellan hopplängd och tid på 100 meter löpning.

a) Anpassa en rät linje till punkterna och bestäm sambandet för linjen på formen $y = kx + m$ (0/2/0)

Det linjära sambandet kan ses som en modell för hur hopplängd beror av tid på 100 meter löpning.

b) Usain Bolt har världsrekordet på 100 m löpning med tiden 9,58 sekunder. Hur långt skulle Usain Bolt kunna hoppa i längdhopp enligt modellen? (1/0/0)

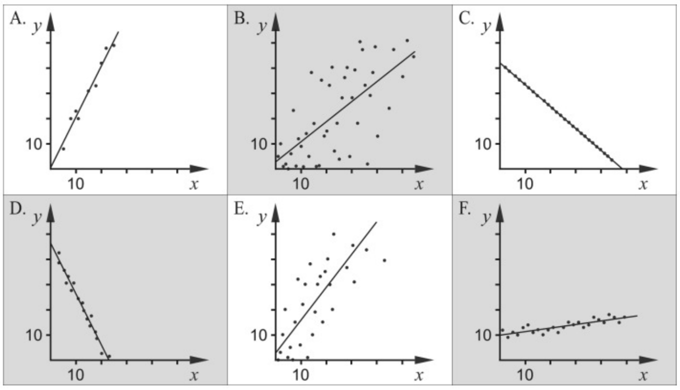
c) Kommentera om modellen har någon begränsning. (0/1/0)

Från HT 2012 (Matematik 2a, 2b eller 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 21).

122.

Alternativen A–F visar sex olika spridningsdiagram. Till varje diagram finns även en anpassad linje inritad.



I två av alternativen är korrelationskoefficienten $r > 0,8$. Vilka två?

____________________ (0/0/1)

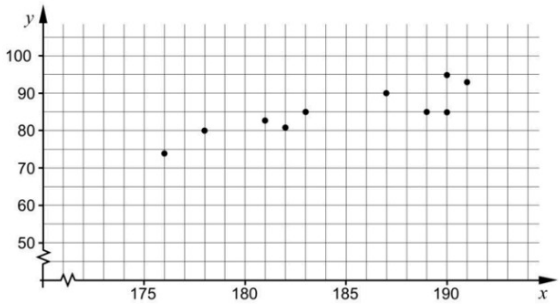
Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2022 (Matematik 2b).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 9).

123.

I tabellen och diagrammet visas längd och vikt för tio män från samma arbetsplats.

Namn	Längd (cm)	Vikt (kg)
Anders	187	90
Leif	183	85
Göte	190	85
Bengt	189	85
Per	190	95
Stig	191	93
Lennart	176	74
Torgny	182	81
Bertil	181	83
Ingemar	178	80



a) Bestäm ett linjärt samband mellan vikten y kg och längden x cm. (0/1/0)

b) Utgå från det linjära samband du bestämde i a). Tolka vad riktningskoefficienten betyder i detta sammanhang. (0/0/2)

Kommentar: Regression kan göras med olika verktyg och på olika sätt. I GeoGebra kan denna regression även göras med kalkylblad, vilket är smidigare.

Från VT 2012 (Matematik 2a, 2b eller 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 22).

Implikation och ekvivalens

124.

Skriv in lämplig symbol i rutan mellan nedanstående påståenden.
Välj mellan följande symboler: $\Leftarrow$, $\Rightarrow$ och $\Leftrightarrow$.

Två vinklar i triangeln är lika stora.	$\square$	Triangeln är likbent.
Två vinklar i triangeln är lika stora.	$\square$	Triangeln är liksidig.
Fyrhörningen har lika långa sidor.	$\square$	Fyrhörningen är en kvadrat.

(0/1/1)

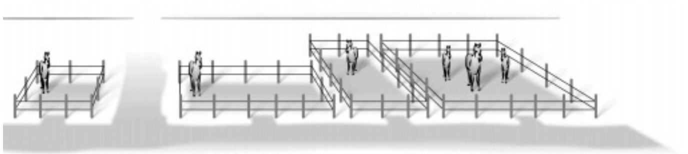
Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2014 (Matematik 1b).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 13).

Några svåra på slutet från gamla NP

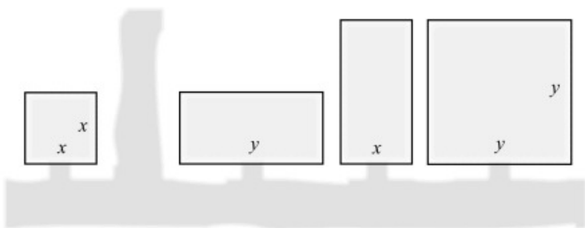
125.

Bilden visar fyra hästhagar som är kvadratiska respektive rektangulära med sidlängderna x och y meter.



Nedan visas en skiss över hur hagarna ser ut ovanifrån.

(m)



Hästarna ska flyttas till en ny gemensam hage. Den nya hagen är kvadratisk och har lika stor area som de fyra ursprungliga hagarna tillsammans.

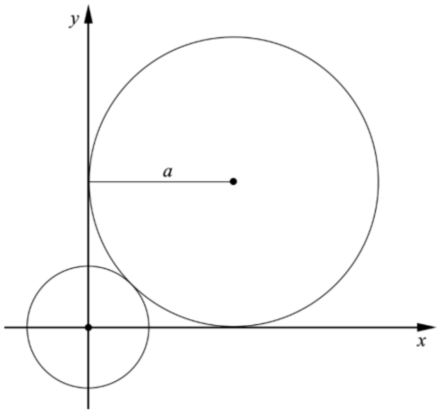
Bestäm ett förenklat uttryck för sidans längd hos den nya hagen. (0/1/1)

Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2012 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 15).

126.

En cirkel med radien a tangerar de positiva koordinataxlarna. Den tangerar även en mindre cirkel som har mittpunkten i origo. Se figur.



Visa att den mindre cirkelns radie är $a(\sqrt{2}-1)$ längdenheter. (0/0/3)

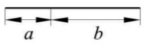
Löses utan digitala hjälpmedel. *Från VT 2015 (Matematik 2a, 2b eller 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 16).

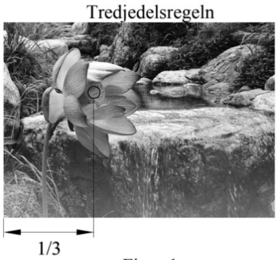
127.

Det finns olika tumregler att följa som anses ge vackrare bilder när man arrangerar ett fotografi. Enligt tredjedelsregeln ska motivet placeras en tredjedel från bildens kant, se figur 1.

Gyllene snittet är en annan tumregel som kan användas för att dela in en bilds bredd i harmoniska proportioner, se faktarutan samt figur 2.

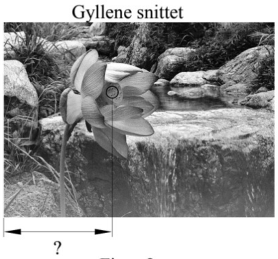
> En sträcka är delad i gyllene snittet om den kortare delen förhåller sig till den längre på samma sätt som den längre förhåller sig till hela sträckan, det vill säga:
>
> $\frac{a}{b} = \frac{b}{a+b}$
>
> 
>

Tredjedelsregeln



Figur 1

Gyllene snittet



Figur 2

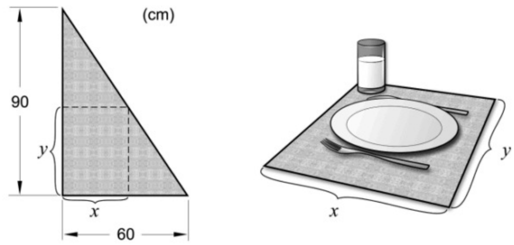
Bestäm var motivet ska placeras, oavsett bildens storlek, om gyllene snittet används istället för tredjedelsregeln. (0/0/3)

Från VT 2016 (Matematik 2b).

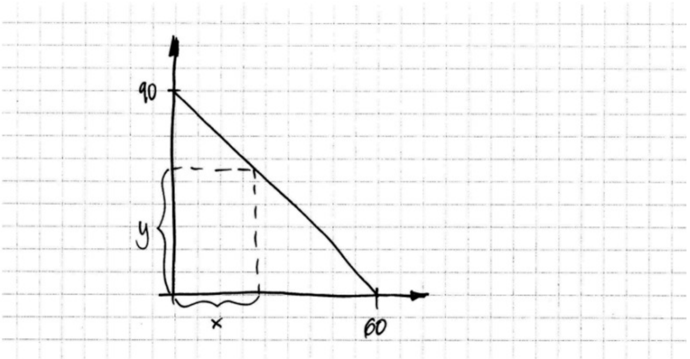
Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 23).

128.

Kim ska tillverka tallriksunderlägg av överblivna tygbitar från en fabrik. Han får veta att tygbitarna har formen av en rätvinklig triangel med basen 60 cm och höjden 90 cm. Ur dessa tygbitar ska Kim klippa rektangulära tallriksunderlägg med bredden x och längden y, se figur.



Kim vill undersöka hur han ska klippa för att tallriksunderläggens area ska bli så stor som möjligt. Han ritar in en tygbit i ett koordinatsystem, se figur.



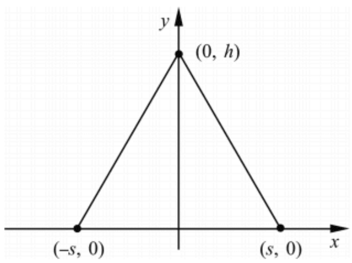
Beräkna den bredd x och den längd y som ger den största arean för ett tallriksunderlägg. (0/0/3)

Från HT 2015 (Matematik 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 23).

129.

En liksidig triangel är ritad i ett koordinatsystem. Den har sina hörn i punkterna $(0, h), (-s, 0)$ och $(s, 0)$



Bestäm den liksidiga triangelns area A uttryckt endast i s. (0/0/3)

Från VT 2013 (Matematik 2a, 2b eller 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 24).

130.

Ett tunt snöre är 24 m långt. Snöret kan formas till olika geometriska figurer.

Figur 1 Figur 2

a) Hela snöret formas till en liksidig triangel, se Figur 1.
Bestäm triangelns area. (0/3/0)

b) Snöret delas sedan i två olika långa delar. Av varje del formas en kvadrat, se Figur 2.
Undersök om det är möjligt att kvadraterna tillsammans får arean 17 m^2. (0/0/4)

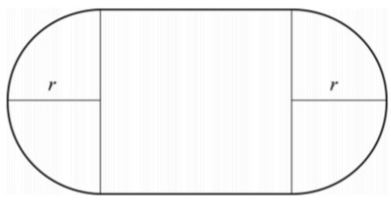
Kommentar: Videoförklaringen gäller bara för b-uppgiften. Vill du se en videoförklaring för a-uppgiften hänvisar jag till Fredrik Lindmarks video.

Från VT 2012 (Matematik 2a, 2b eller 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 23).

131.

Figurerna nedan visar en travbana. Banan där hästarna springer är 800 m lång. Området innanför banan har formen av en rektangel och två halvcirklar och har arean 43 000 m^2.



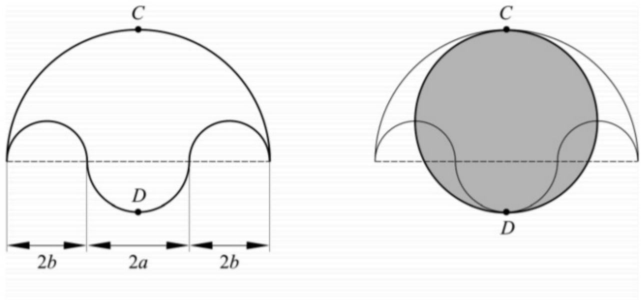
Bestäm halvcirklarnas radie r. (0/0/4)

Från HT 2013 (Matematik 2b och 2c).

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 23).

132.

Arkimedes är en av tidernas största matematiker och levde för två tusen år sedan. I en arabisk samling av Thabit ibn Currah finns det geometriska satser som med stor sannolikhet bevisats av Arkimedes. Figurerna nedan åskådliggör en sådan matematisk sats.



Figur 1 Figur 2

Figur 1 visar ett område som begränsas av fyra halvcirklar. Den grå cirkeln i figur 2 har diametern CD.

Visa att arean av den grå cirkeln i figur 2 är lika stor som arean av området i figur 1. (0/0/4)

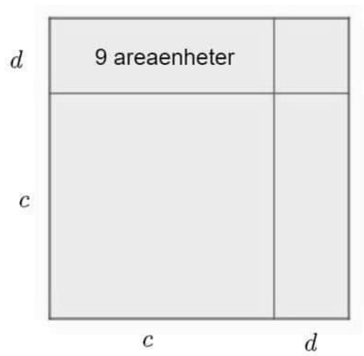
Löses utan digitala hjälpmedel. *Från HT 2013 (Matematik 2b och 2c).*

Bedömningsanvisningar/facit (uppgift 15).

Ytterligare några svåra från lilla mig //Jonas

133.

Nedan syns en skiss över fyra rektanglar som tillsammans bildar en större kvadrat med arean 100 areaenheter.



Vilken sidlängd har den minsta kvadraten i bilden?

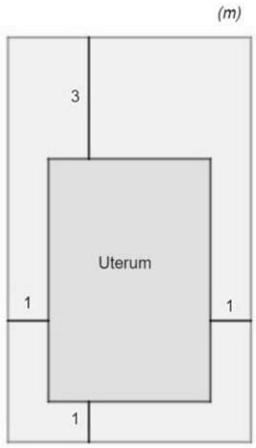
0/0/1

Löses utan digitala hjälpmedel.

Kortfattat facit (uppgift 1).

134.

Mitt på gräsmattan ska ett uterum med arean 20 m^2 ska byggas. Runt uterummet skaträtrall läggas med bredden 3 m ut från ena sidan och 1 m ut från övriga tre sidorna. Vilka mått ska uterummet ha för att trätrallens area ska bli så liten som möjligt?



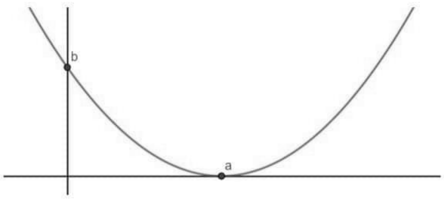
0/1/2

Svaret i videoförklaringen är fel men uträkningarna rätt. *Svaret som skrevs i videon är trallens mått.*

Kortfattat facit (uppgift 3).

135.

För en viss funktion som kan skrivas $f(x) = k \cdot x^2 - ax + b$ gäller att funktionsgrafen skär y-axeln i punkten $(0, b)$ och x-axeln i punkten $(a, 0)$, se bild.



a) För vilket eller vilka värden på konstanten k är detta möjligt?

b) Bestäm a som en funktion av b för de funktioner som är av denna typ.

0/1/2

Kortfattat facit (uppgift 7).

136.

Låt $f(x) = ax^2 - 1$ där $a > 0$.

a. Bestäm ett uttryck för avståndet mellan de två punkter på funktionsgrafen som har y-värde 4.

0/1/0

b. Bestäm konstanten a så att avståndet mellan punkterna $(0, f(0))$ och $(2, f(2))$ är $\sqrt{20}$ längdenheter.

0/0/2

Löses utan digitala hjälpmedel.

Kortfattat facit (uppgift 8).

137.

Låt funktionen $f(x) = x^2 + px + 1 - p$ vara sådan att ena nollstället kan uttryckas $1 - p$. Bestäm funktionens två nollställen.

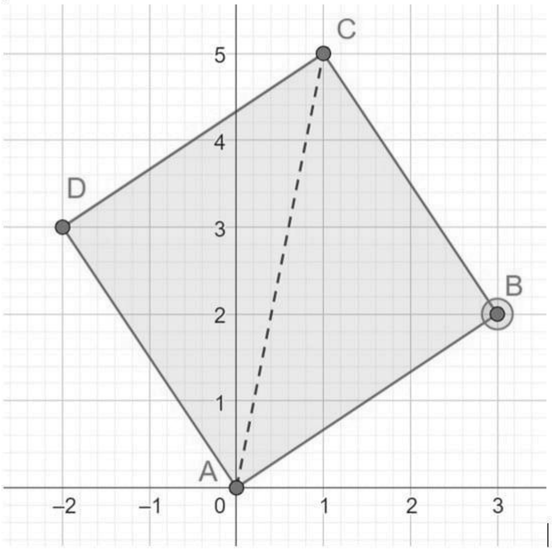
0/0/2

Löses utan digitala hjälpmedel.

Kortfattat facit (uppgift 9).

138.

En kvadrat placeras så att ena hörnet alltid ligger i origo. Kvadraten kan sedan roteras och ändra storlek beroende på hur övriga hörn placeras.



a. Bestäm hur kvadratens area beror på koordinaterna för hörnet C.

b. Var ska hörnet C placeras för att kvadratens area ska vara 10 areaenheter och att differensen mellan y-koordinaten och x-koordinaten för punkten C är 2 längdenheter?

0/1/3

Löses utan digitala hjälpmedel.

Kortfattat facit (uppgift 11).

139.

För en exponentialfunktion $f(x) = Ca^x$ gäller att $\frac{f(3)}{f(1)} = 2$.
Bestäm värdet av uttrycket $\frac{f(x+1)}{f(x)}$.

0/0/2

Löses utan digitala hjälpmedel.

Kortfattat facit (uppgift 20).

140.

När ett varmt föremål eller vätska svalnar så minskar differensen mellan föremålets temperatur och omgivningens temperatur exponentiellt med tiden.

a) Låt funktionen $F(t)$ beskriva temperaturen i °C efter t timmar. Ställ upp en funktion $F(t)$ som kan beskriva en sådan situation. Tolka också innebörden av de konstanter som funktionen innehåller, i ord.

0/0/2

b) En tillbringare med varm saft ställs i ett rum med temperaturen 21 °C. På 2 timmar sänks saftens temperatur från 95 °C till 25 °C. Bestäm den funktion som kan beskriva saftens temperatur efter en viss tid.

0/0/2

Kortfattat facit (uppgift 19).

Ännu fler svåra?

Fler svåra uppgifter finns bland annat på

https://vidma.se/np2liveA